

«Проблемы современной астрофизики  
и геофизики»  
МФТИ

# КОСМОЛОГИЯ

## Лекция 2

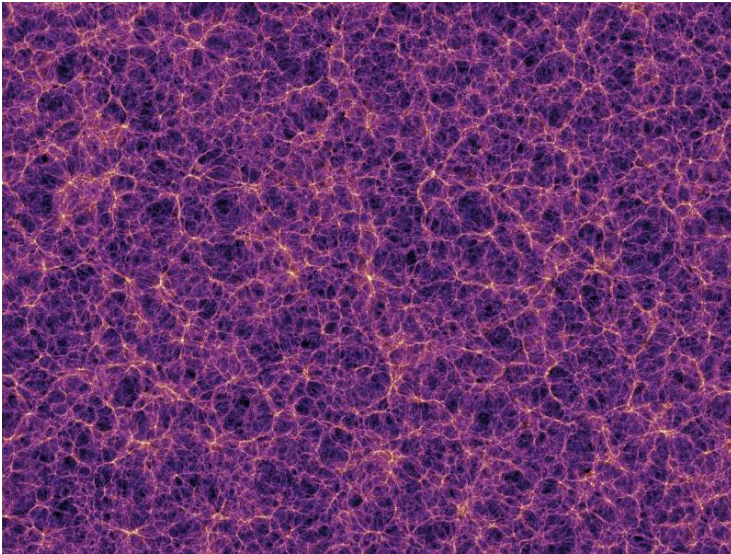
*Сергей Пилипенко*

АКЦ ФИАН

## Лекция 2: Крупномасштабная структура

1. Введение
2. Корреляционная функция
3. Теория Джинса
4. Инфляция. Возникновение возмущений
5. Барионные осцилляции
6. Анизотропия РИ
7. Задачи

# Ячеистая структура



Космология

Введение

Корреляционная  
функция

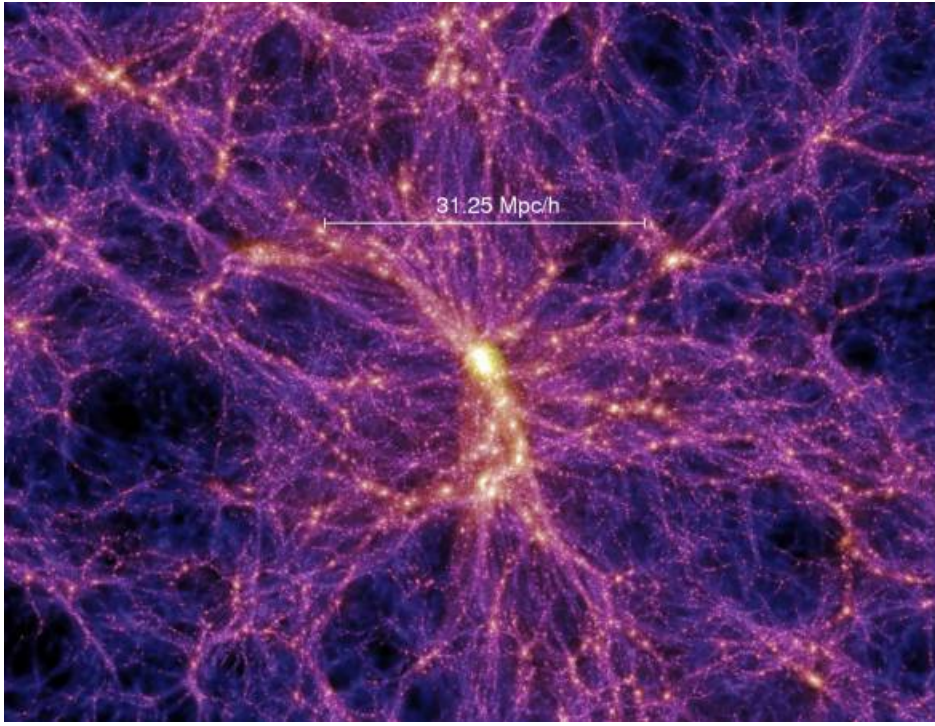
Теория  
Джинса

Инфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущений

Барионные  
осцилляции

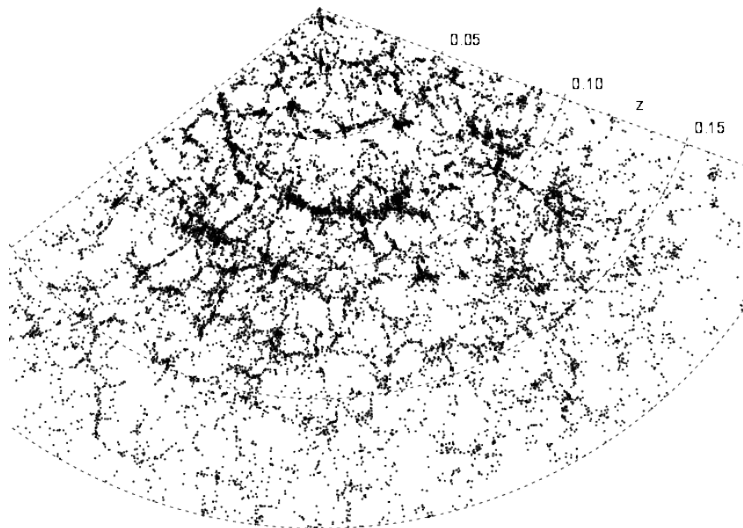
Анизотропия  
РИ

Задачи



31.25 Mpc/h

# Наблюдения



Космология

Введение

Корреляционная  
функция

Теория  
Джинса

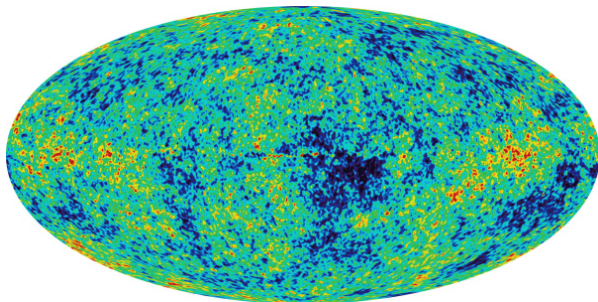
Инфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущений

Барионные  
осцилляции

Анизотропия  
РИ

Задачи

# Анизотропия РИ



Карта малых флуктуаций температуры РИ после вычета многочисленных фонов.

Космология

Введение

Корреляционная функция

Теория Джинса

Инфляция, возникновение возмущений

Барионные осцилляции

Анизотропия РИ

Задачи

# Свойства

- ▶ Возмущения гауссовы.
- ▶ Метод описания: спектр мощности.
- ▶ Амплитуда возмущений при  $a \sim 10^{-3}$ ;  $\delta \sim 10^{-5}$ .

# Корреляционная функция

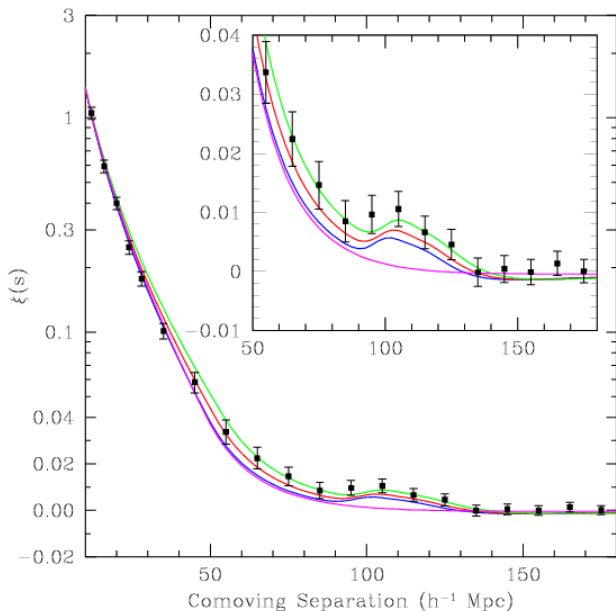
$$\xi(r) = \frac{DD}{RR} - 1.$$

$DD(r)$  и  $RR(r)$  – подсчеты числа пар в интервале от  $r$  до  $r+dr$  в реальном и искусственном каталоге.

Для наблюдаемых галактик

$$\xi = (r/r_0)^\gamma, \quad \gamma \approx 1.5, \quad r_0 \approx 7 \text{ Mpc}.$$





Введение

Корреляционная  
функцияТеория  
ДжинсаИнфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущенийБарионные  
осцилляцииАнизотропия  
РИ

Задачи

# Поле плотности

$$\delta(\mathbf{r}) = \frac{\rho(\mathbf{r}) - \langle \rho \rangle}{\langle \rho \rangle},$$

$\langle \rho \rangle$  — средняя плотность Вселенной.

Корреляционная функция:

$$\xi_{\rho}(\mathbf{r}) = \langle \delta(\mathbf{r}_1) \delta(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}) \rangle.$$

# Спектр мощности

$$\rho(\mathbf{x}) \leftrightarrow A(\mathbf{k}) = \int \rho(\mathbf{x}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}} d^3x$$

$$P(\mathbf{k}) = \langle |A(\mathbf{k})|^2 \rangle$$

Изотропная Вселенная:  $P(k)$ .

Космология

Введение

Корреляционная  
функция

Теория  
Джинса

Инфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущений

Барионные  
осцилляции

Анизотропия  
РИ

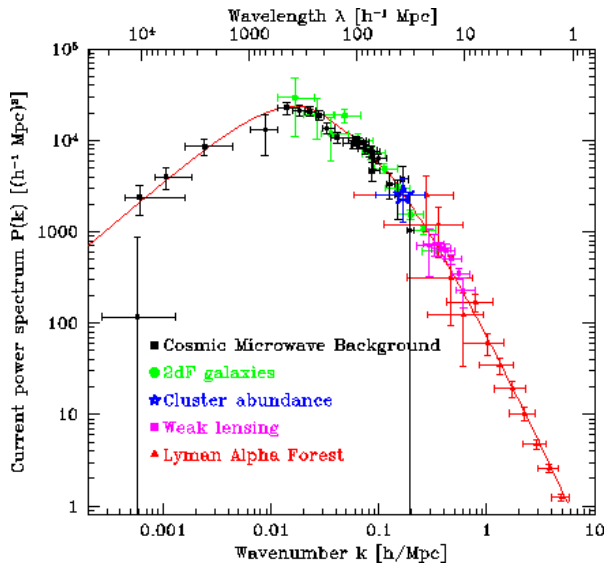
Задачи

# Спектр мощности

$$\xi(r) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty k^3 P(k) \frac{\sin kr}{kr} \frac{dk}{k},$$

$$P(k) = 4\pi \int_0^\infty \xi(r) \frac{\sin kr}{kr} r^2 dr.$$

# Результат



Космология

Введение

Корреляционная функция

Теория Джинса

Инфляция, возникновение возмущений

Барионные осцилляции

Анизотропия РИ

Задачи

# Теория Джинса

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \operatorname{grad}) \mathbf{v} + \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} P + \operatorname{grad} \phi = 0, \\ \operatorname{div} \operatorname{grad} \phi = 4\pi G \rho, \\ \frac{\partial S}{\partial t} + (\mathbf{v} \operatorname{grad}) S = 0, \end{array} \right.$$

$\rho$  – плотность,  $\mathbf{v}$  – скорость,  $S$  – удельная энтропия,  $\phi$  грав. потенциал,  $P$  – давление. Идеальный газ.

# Линейное приближение

Адиабатический случай

$$\rho = \rho_0[1 + \delta(t)e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}}],$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{0} + \mathbf{w}(t)e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} = w(t)\frac{\mathbf{k}}{k}e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}},$$

$$\phi = \phi_0 + f(t)e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}},$$

$$P = P_0 + \frac{\partial P}{\partial \rho}(\rho - \rho_0)$$

$$= P_0 + b^2\delta(t)e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}}$$

$$b^2 = \frac{\partial P}{\partial \rho} - \text{скорость звука.}$$

# Линейное приближение

$$\begin{cases} \dot{\delta} + ikw = 0, \\ \dot{w} + ikf + ikb^2\delta = 0, \\ k^2 f = -4\pi G\rho_0\delta. \end{cases}$$

или:

$$\ddot{\delta} - (4\pi G\rho_0 - k^2 b^2)\delta = 0$$

Решение:

$$\delta = \delta_0 e^{\omega t}.$$

Космология

Введение

Корреляционная  
функция

Теория  
Джинса

Инфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущений

Барионные  
осцилляции

Анизотропия  
РИ

Задачи



# Решение

$$\rho = \rho_0[1 + \delta(t)e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}}],$$

$$\delta = \delta_0 e^{\omega t}$$

$$\omega = \pm \sqrt{4\pi G\rho_0 - k^2 b^2}.$$

$$\lambda_J = b \sqrt{\frac{\pi}{G\rho_0}}$$

$\lambda < \lambda_J$ :  $\omega = i|\omega|$  звуковые волны.

$\lambda > \lambda_J$ : грав. неустойчивость.

# Учёт расширения

$$k = \frac{\kappa}{a(t)}, \quad \kappa = \text{const.}$$

$$\mathbf{v} = w(t) \frac{\mathbf{k}}{k} e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}}.$$

Уравнения:

$$\begin{cases} \dot{\delta} = -ikw, \\ \dot{w} + Hw = -i\frac{\delta}{k}(4\pi G\rho_0 - k^2 b^2), \\ f = \frac{4\pi G\rho_0\delta}{k^2}. \end{cases}$$

$$k(t), H(t), \rho_0(t), b(t)$$

Введение

Корреляционная  
функция

Теория  
Джинса

Инфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущений

Барионные  
осцилляции

Анизотропия  
РИ

Задачи

# Учёт расширения

$$\ddot{\delta} + 2H\dot{\delta} - (4\pi G\rho_0 - k^2 b^2)\delta = 0.$$

Решения зависят от  $a(t)$ . Например, для  $a = t^{2/3}$ :

$$\delta = \delta_1 t^{n(b_1, k_1)}, \quad \lambda_c = \frac{6}{5} 2\pi b t,$$

$$\left( \lambda_J = \sqrt{\frac{3}{2}} 2\pi b t \right).$$

# Учёт расширения

Вихревые возмущения:

$$L = vr = \text{const}, \quad r \propto a, \quad v \propto 1/a.$$

быстро спадают, их можно не учитывать.

Космология

Введение

Корреляционная  
функция

Теория  
Джинса

Инфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущений

Барионные  
осцилляции

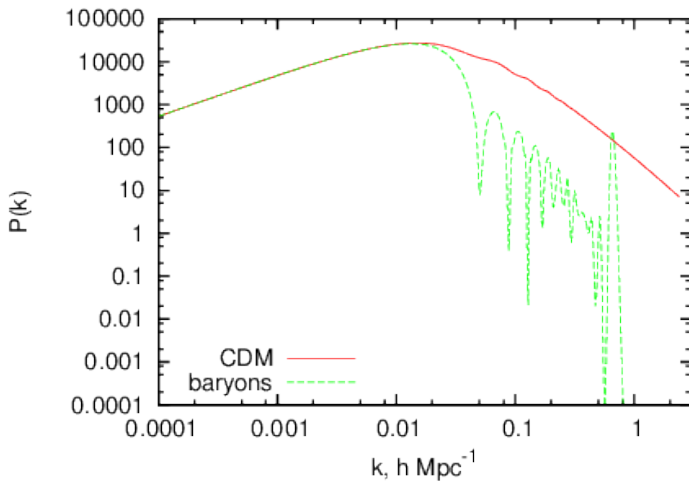
Анизотропия  
РИ

Задачи

# Выводы

- ▶ Для ТМ  $b = 0$ , рост одинаковый на всех масштабах.
- ▶ В ранней Вселенной для барионов  $b = c/\sqrt{3}$ ,  $\lambda_J$  порядка горизонта.

# Спектр



Космология

Введение

Корреляционная  
функция

Теория  
Джинса

Инфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущений

Барионные  
осцилляции

Анизотропия  
РИ

Задачи

# Модель переменных параметров

То же решение для случая  $\lambda \gg \lambda_c$  можно получить, если рассмотреть Ньютоновские сферические модели с

$$\Omega = \Omega_0(1 + \delta).$$

Введение

Корреляционная функция

Теория Джинса

Инфляция, возникновение возмущений

Барионные осцилляции

Анизотропия РИ

Задачи

Мы построили теорию роста возмущений, но откуда они взялись? Какую информацию несет их спектр? В ранней Вселенной они были больше горизонта...

Горизонт:

$$R_H = ct.$$

На горячей стадии  $a \propto t^{1/2}$  – медленнее,  $\Rightarrow$  вещество и возмущения «входят» под горизонт.

Введение

Корреляционная функция

Теория Джинса

Инфляция, возникновение возмущений

Барионные осцилляции

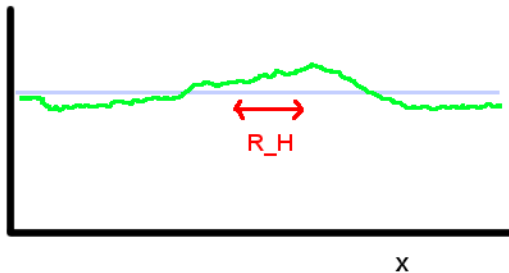
Анизотропия РИ

Задачи



# Возмущения вне горизонта

Возмущения с масштабом больше горизонта не растут со временем.



Космология

Введение

Корреляционная  
функция

Теория  
Джинса

Инфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущений

Барионные  
осцилляции

Анизотропия  
РИ

Задачи

# Инфляция

Была стадия, на которой  $a$  растет быстрее, чем  $t$  (т.е.  $\ddot{a} > 0$ ). Многие модели дают  $a(t) \propto e^{Ht}$ .

Как долго должна продолжаться эта стадия? Размер горизонта сегодня на 60 e-фолдов больше размера Великого объединения (14 ГэВ),  $\Rightarrow$  не меньше 60 e-фолдов.

# Рождение возмущений

Возможный процесс – нулевые колебания.  $E = \frac{1}{2}\hbar\omega$ . Следствие: гауссовость.

Инфляция происходит равномерно,  $\Rightarrow$  спектр возмущений – масштабно-инвариантный  $P(k) \propto k^n$ .

# Спектр

## Гаррисона-Зельдовича

$$P(k) \propto k.$$

$k^2 f = -4\pi G \rho_0 \delta \Rightarrow$  спектр  
возмущений потенциала  $P_\phi = k^{-4} P$ .

Безразмерная характеристика:

$$\Delta^2(k) = \frac{1}{2\pi^2} k^3 P(k).$$

$\Delta_\phi^2(k) \propto k^{n-1} = \text{const}$  – не расходится.

Введение

Корреляцион-  
ная  
функцияТеория  
ДжинсаИнфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущенийБарионные  
осцилляцииАнизотропия  
РИ

Задачи

# Диссипативные процессы

Томсоновское сечение:

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_e^2 = \frac{8\pi}{3} \frac{e^4}{m^2 c^4} \approx 0.665 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2.$$

Свободный пробег фотонов:

$$l_\gamma = (\sigma_T n_e)^{-1} = 2.5 \cdot 10^{29} a^3 \text{ см}.$$

Возмущения с  $\lambda < l_\gamma$  быстро затухают.

$$l_{\text{max}} \sim 3 \cdot 10^{20} \text{ см} \sim 0.1 \text{ сопутств. Мпк}.$$

# Сахаровские осцилляции

$c_s = \frac{1}{\sqrt{3}}c$  – скорость звука.

$tc_s$  – звуковой горизонт.

Звуковые волны когерентны.

Фаза  $\phi = kc_s t$ .

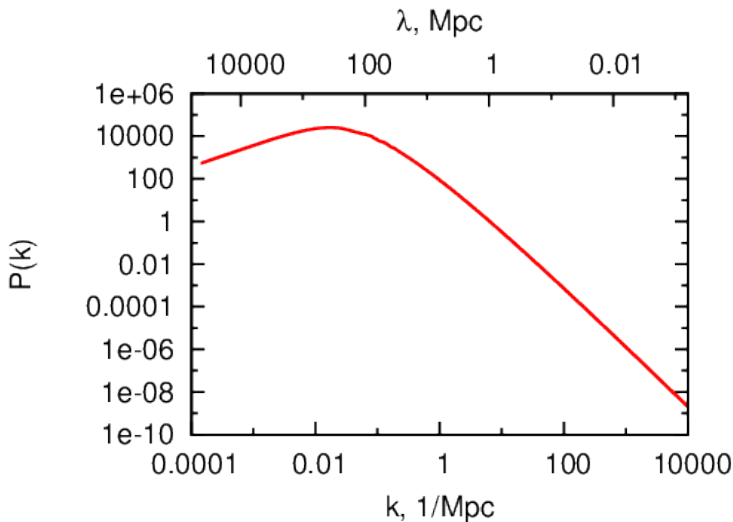
В момент рекомбинации колебания

прекращаются. Волны с  $\phi = \pi n$

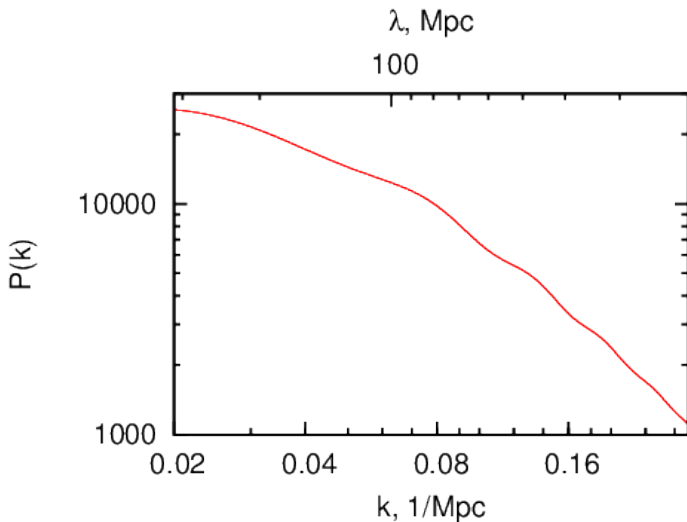
остаются в максимуме, с  $\phi = \pi n + \frac{\pi}{2}$  –

в минимуме.

# Теоретический спектр



# Теоретический спектр (БАО)



Космология

Введение

Корреляционная  
функция

Теория  
Джинса

Инфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущений

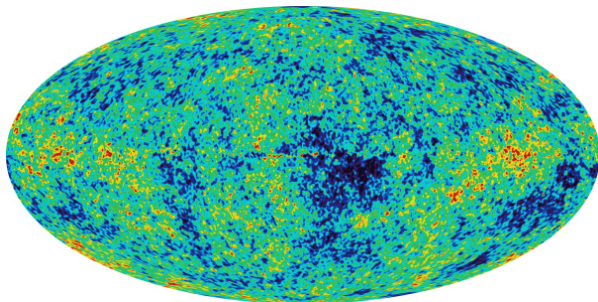
Барионные  
осцилляции

Анизотропия  
РИ

Задачи



# Анизотропия РИ



Карта малых флуктуаций температуры РИ после вычета многочисленных фонов.

Космология

Введение

Корреляционная функция

Теория Джинса

Инфляция, возникновение возмущений

Барионные осцилляции

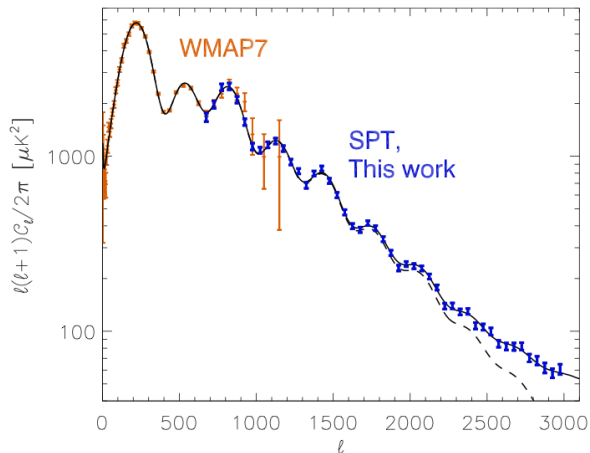
**Анизотропия РИ**

Задачи

# Свойства

- ▶ Возмущения гауссовы.
- ▶ Метод описания: спектр мощности.
- ▶ Амплитуда возмущений при  $a \sim 10^{-3}$ ;  $\delta \sim 10^{-5}$ .

# Двумерный спектр



Космология

Введение

Корреляционная  
функция

Теория  
Джинса

Инфляция,  
возникнове-  
ние  
возмущений

Барионные  
осцилляции

Анизотропия  
РИ

Задачи

# Задача

Покажите, что распределения объектов на рисунке имеют одинаковую корреляционную функцию.

