

Физические основы естествознания

задачи

1. Используя формулу Стирлинга $n! \approx \sqrt{2\pi n}(n/e)^n$, покажите, что при $N \gg 1$ и $K \gg 1$ вероятность биномиального распределения

$$P_N^K = \frac{N!}{2^N K!(N-K)!} \quad (1)$$

стремится к распределению Гаусса

$$P(K) = \sqrt{\frac{2}{\pi N}} \exp\left[-\frac{2(K-N/2)^2}{N}\right]. \quad (2)$$

2. Покажите, что для изотропного излучения плотность энергии w [эрг/см³] и плотность потока \mathcal{P} [эрг/(см² с)] связаны соотношением

$$\mathcal{P} = \frac{1}{4}cw. \quad (3)$$

3. Воспользовавшись соотношениями $\mathcal{E} = \hbar\omega$ и $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$ для энергии и импульса фотона, получите выражение

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta) \quad (4)$$

для изменения длины волны фотона в зависимости от угла рассеяния θ на покоящемся электроне (эффект Комптона).

4. Как изменится энергия фотона при лобовом соударении, если налетающий электрон имеет энергию $\mathcal{E}_e = \gamma_e m_e c^2$ ($\gamma_e \gg 1$)?

5. Получите закон квантования Бора $m_e v r = n\hbar$ из идеи Де Бройля, согласно которой на орбите укладывается целое число длин волн $\lambda = h/(m_e v)$.

6. Волны, оставляемые движущимся по поверхности воды телом, имеют закон дисперсии

$$\omega(k) = \sqrt{gk}, \quad (5)$$

где g — ускорение свободного падения. Воспользовавшись формулами для фазовой ($V_{\text{ph}} = \omega/k$) и групповой ($V_{\text{gr}} = d\omega/dk$) скоростей, найти угол раствора следовой дорожки и показать, что он не зависит от скорости тела.

7. Оцените, сколько оборотов сделает электрон в магнитном поле B_{\hbar} , прежде чем он потеряет значительную часть своей энергии.
8. Оцените, сколько оборотов сделал бы электрон, находящийся на нижнем уровне в атоме Бора, если бы он терял энергию по классической теории $\dot{\mathcal{E}} \sim e^2 \ddot{r}^2 / c^3$.
9. Определите уровни энергии частицы массы m в ящике длиной L с бесконечно высокими стенками.
10. При каком магнитном поле будут искажаться электронные облака на нижнем уровне в атоме водорода.