

Лабораторная работа

***Восстановление астрономических
изображений с использованием
кодированной апертуры***

С. С. ЦЫГАНКОВ

Институт космических исследований РАН

Аннотация. Целью данного практикума является ознакомление с одним из основных методов построения изображений в рентгеновской и гамма-астрономии — с использованием кодирующих апертур. Рассматриваются различные узоры кодирующих масок и их влияние на свойства получаемого изображения.

Задачи:

1. Восстановление изображения (деконволюция) участка неба по имеющемуся распределению отсчетов на детекторе (тенеграмме) с использованием кодирующей маски со случайным узором;
2. Деконволюция этого же участка неба, но с использованием маски с URA узором;
3. Статистический анализ свойств полученных изображений с целью выбора оптимального узора кодирующей маски.

Необходимые ресурсы: персональный компьютер с любым (на выбор студента) языком программирования. Для выполнения задания предоставляются два набора масок с соответствующими тенеграммами (в виде ASCII файлов).

Продолжительность работы: 1-3 дня.

Проверочные вопросы:

1. Из каких основных компонентов состоит сигнал на позиционно-чувствительном детекторе при использовании кодирующей апертуры? Как относительный их вклад зависит от энергетического диапазона?
2. Из каких необходимых компонент состоит телескоп с кодирующей апертурой?
3. Что такое зона полного кодирования телескопа?
4. Чем определяется угловое разрешение телескопа с кодирующей апертурой?
5. В чем превосходство и в чем недостаток масок с узором URA по сравнению с масками со случайным узором?

ВВЕДЕНИЕ

Основным методом рентгеновской астрономии (как и любой астрономии) является построение изображения конкретного участка небесной сферы для последующего исследования источников излучения. Для фотонов с энергией ниже ~ 10 кэВ данная задача решается при помощи специальных рентгеновских зеркал (так называемые зеркала косо падения). Данный метод позволяет достигать очень высокого углового разрешения (около 0.5 секунды дуги для обсерватории Chandra) и сравнительно высокой собирающей площади (за счет использования большого количества вложенных зеркал). Поле зрения у таких приборов ограничено углом падения фотонов и составляет порядка одного градуса. Схема телескопа с зеркалами косо падения приведена на рис. 1.

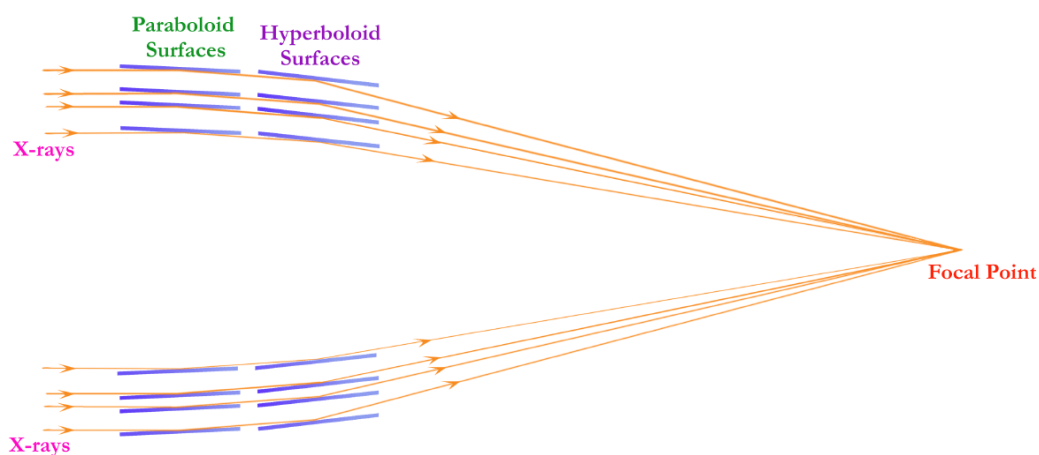


Рис. 1. Схема телескопа с зеркалами косо падения. В данном примере показан телескоп системы Вальтер 1 (использующий параболические и гиперболические поверхности).

Альтернативный класс методов построения изображений использует оптические системы с прямолинейными лучами, что

позволяет строить изображения на высоких энергиях (от десятков кэВ до МэВ) и при этом иметь большие поля зрения. Все методы картографирования этого класса имеют одну отличительную черту: направление прихода фотона кодируется до регистрации; изображение неба получается путем последующего декодирования наблюдательных данных. Одним из наиболее распространенных в современных рентгеновских и гамма-телескопах методов картографирования на основе прямолинейных лучей является использование кодированной апертуры.

Другим важным различием этих двух методов построения изображений является тот факт, что в телескопах с кодированной апертурой наблюдаемый точечный источник подвержен шуму от всех фотонов на всем детекторе, тогда как для фокусирующих телескопов задействована только малая часть детектора (см. рис. 2). Таким образом, при равной собирающей площади приборов фокусирующий телескоп обладает более высокой чувствительностью.

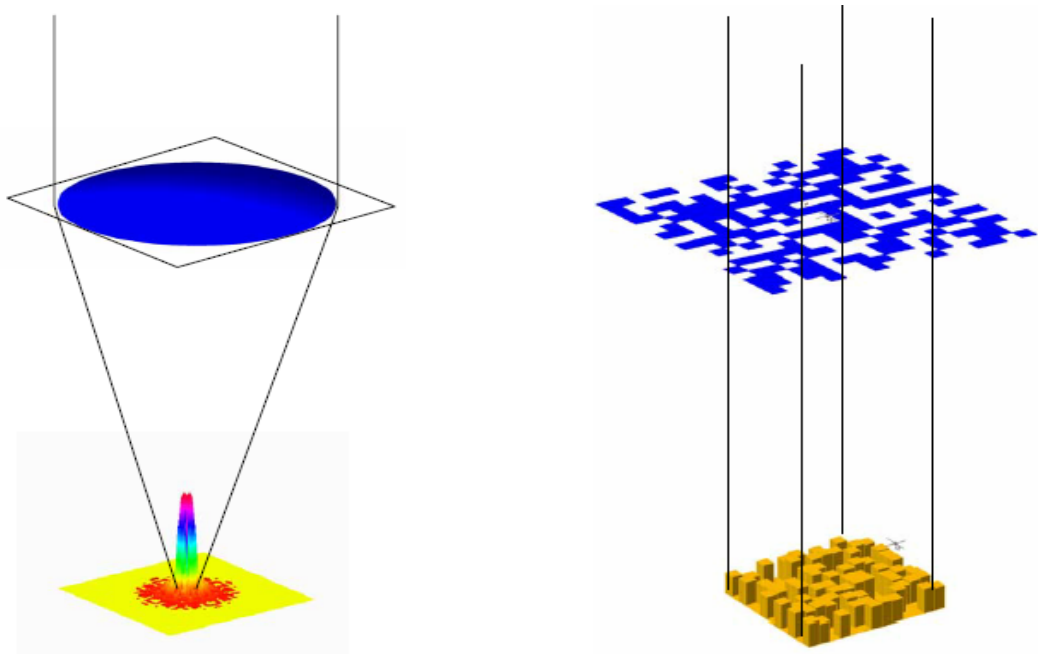


Рис. 2. Отклик телескопа косо го падения (слева) и с кодированной апертурой (справа) на точечный источник.

ПРИНЦИП РАБОТЫ ТЕЛЕСКОПА С КОДИРОВАННОЙ АПЕРТУРОЙ

Телескоп с кодированной апертурой состоит из двух базовых элементов:

1) кодирующая маска, представляющая из себя металлическую пластину, состоящую из открытых (прозрачных) и закрытых (непрозрачных) элементов (пикселей) для фотонов с энергиями от E_1 до E_2 кэВ, на регистрацию которых рассчитан прибор. Элементы маски имеют одинаковый размер и расположены в соответствии с определенным узором (см. ниже).

2) позиционно-чувствительный детектор, пространственное разрешение которого достаточно для отслеживания узора маски (т.е. размер элемента (пикселя) детектора должен равняться или быть меньше размера элемента маски). Детектор должен быть чувствителен к фотонам в диапазоне энергий от E_1 до E_2 кэВ.

Принцип работы телескопа состоит в следующем: фотоны, приходящие с определенного направления на небе, проецируют маску на детектор. Данная проекция имеет такой же узор как и исходная маска, однако сдвинутый относительно центрального направления на угол, уникально соответствующий направлению фотонов. Детектор аккумулирует сумму всех сдвинутых узоров маски. Каждый сдвиг кодирует положение, а его нормировка — интенсивность излучения на небе в данном направлении. На рис. 3 приведена схема работы такого телескопа для случая двух источников в поле зрения.

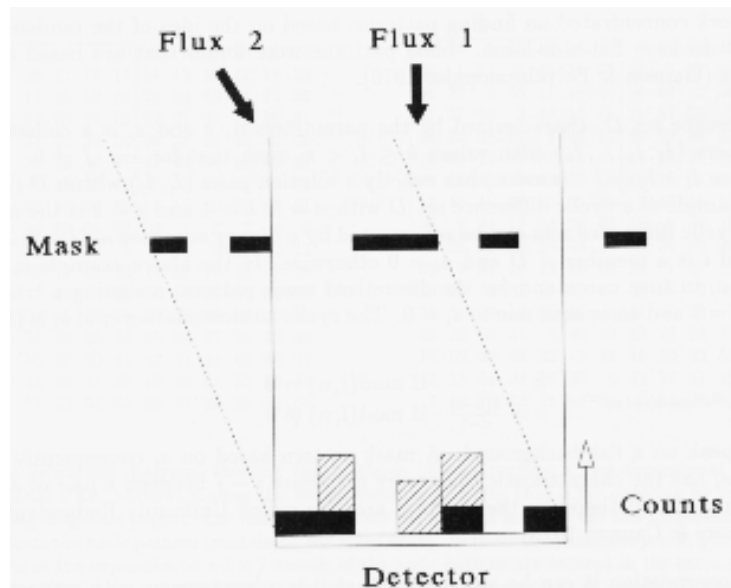


Рис. 3. Схема работы телескопа с кодированной апертурой. Два точечных источника освещают позиционно-чувствительный детектор через маску. Черным цветом показаны отсчеты от источника 1, заштрихованной областью — от источника 2.

Одним из основных параметров любого телескопа является поле зрения. Оно определяется угловым размером участка неба, изображение которого может быть получено за однократное наблюдение. Для инструментов с кодированной апертурой область на небе, видимая с любой точки на детекторе через маску, называется полем зрения полного кодирования (FCFV). Это область для которой имеется максимальная информация о положении источника. Для несколько бóльших углов только часть фотонов закодированы маской. Эта область называется полем зрения частичного кодирования. Описанные выше параметры телескопа приведены на рис. 4.

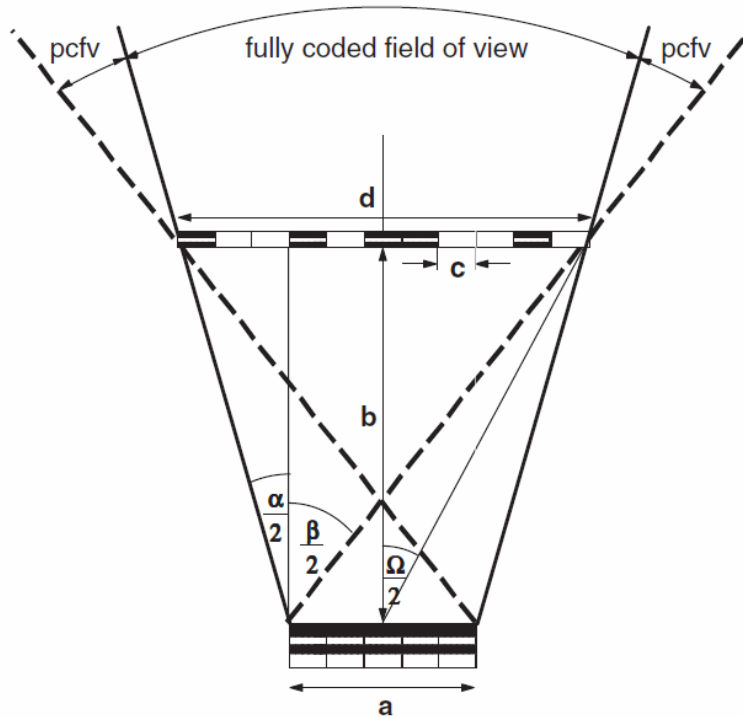


Рис. 4. Определение зоны полного и частичного кодирования для телескопов с кодированной апертурой.

Пространственное разрешение телескопа определяется геометрическими параметрами системы, а именно размером элемента маски и расстоянием между маской и детектором. Следуя обозначениям на рис. 4, угловое разрешение системы можно оценить как c/b .

Существует три возможных конфигураций систем «маска-детектор»:

- маска и детектор одинакового размера (рис. 5.a). Не смотря на очевидность такого выбора, он имеет явный недостаток: только источник на оптической оси телескопа будет находиться в зоне полного кодирования. При отклонении от нормали будет сказываться эффект неполного кодирования.

- массив детекторов больше по размеру чем маска (рис. 5.b). Этот вариант может быть полезен в случае более дешевого/легкого детектора чем маска.

- на практике чаще всего используется вариант, когда маска больше детектора (рис. 5.с). При использовании маски в виде 2x2 базовых узоров эта конфигурация дает возможность иметь большую зону полного кодирования при меньшем детекторе.

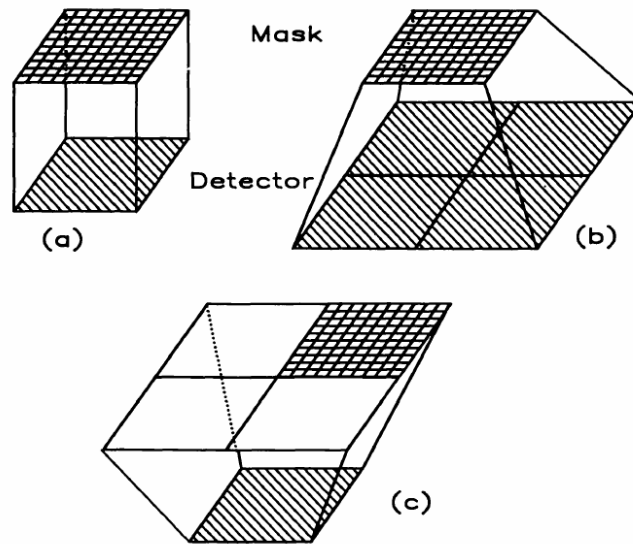


Рис. 5. Возможные конфигурации телескопов с кодированной апертурой. а) маска и детектор одинакового размера; б) массив детекторов больше по размеру чем маска; в) маска больше детектора.

Математически процесс формирования тениграммы на детекторе (т.е. распределения отсчетов по детектору) можно представить следующим образом:

$$C = M * S + B,$$

где * - оператор свертки:

$$(A * B)_{i,j} = \sum_k \sum_l A_{k,l} B_{(i+k),(j+l)},$$

C — информация на детекторе (тенеграмма), S — распределение источников излучения (небо), M — функция пропускания маски и B — детекторный фон. Идеальная кодирующая маска имеет бинарную функцию пропускания, т.е. состоит из нулей (непрозрачные элементы) и единиц (прозрачные элементы). В реальности же большое количество факторов приводит к отклонению от данной идеальной ситуации.

Восстановление изображения (деконволюция — процедура, обратная свертке (конволюции)) производится путем свертки тенеграммы C с декодирующей функцией D :

$$\hat{S} = D * C = D * (M * S) + D * B$$

Основным требованием к геометрии маски является уникальность тени на детекторе, оставляемой фотонами, приходящими с различных направлений. Кроме этого, в маске не должно быть «очень похожих» участков — иначе будет крайне сложно отличить их друг от друга при наличии статистических и фоновых шумов. Оптимальная комбинация маски и декодирующей функции должна давать $D * M = \delta$, а член $D * B$ должен быть как можно меньше и однороднее. Данное требование можно выразить в терминах автокорреляционной функции узора маски: она должна состоять из одного пика и плоских крыльев (дельта-функции). Это накладывает серьезные ограничения на узоры масок, используемых в телескопах с кодированной апертурой.

Простейшей схемой телескопа является пинхольная камера. Пространственное разрешение такой системы уменьшается с увеличением размера отверстия, тогда как чувствительность — увеличивается. Данная ситуация является проигрышной в случае если требуются наблюдения с высоким пространственным

разрешением и хорошей чувствительностью. Для решения проблемы низкой светосилы было предложено использовать большое количество маленьких отверстий в маске, расположенных случайным образом (маска со случайным узором; рис. 6 слева). Основной проблемой данной маски является неидеальность автокорреляционной функции (рис. 6 справа), способная приводить к появлению шумовых источников из-за статистических флуктуаций в реальных данных.

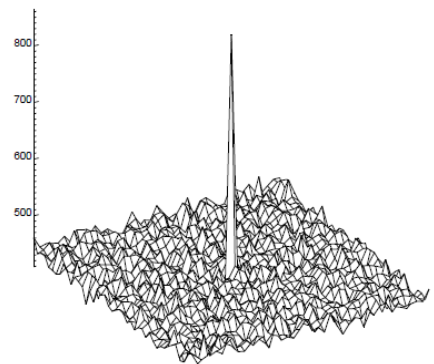
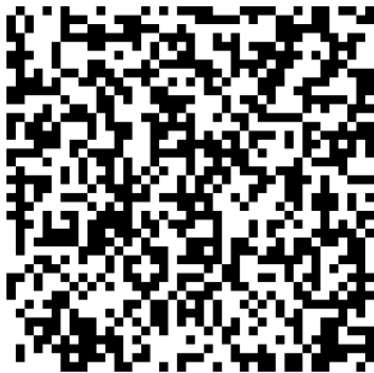


Рис. 6. Кодированная маска со случайным узором (слева) и соответствующая автокорреляционная функция (справа).

Для решения проблемы неидеальности автокорреляционной функции был разработан узор, отвечающий всем перечисленным выше требованиям. Семейство узоров данного класса получило название URA (Uniformly Redandant Array). Пример такого узора и соответствующей автокорреляционной функции приведен на рис. 7.

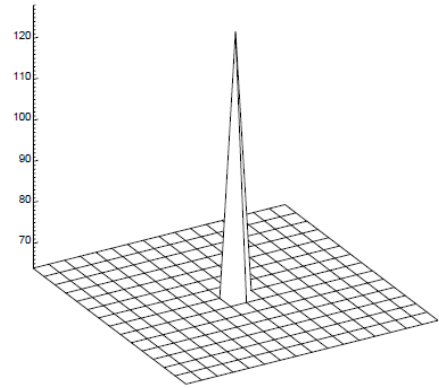
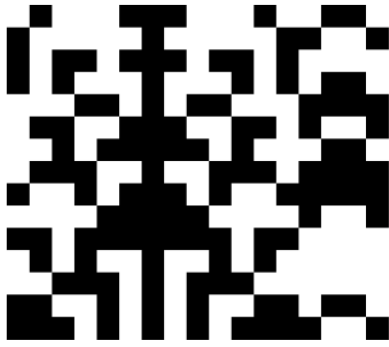
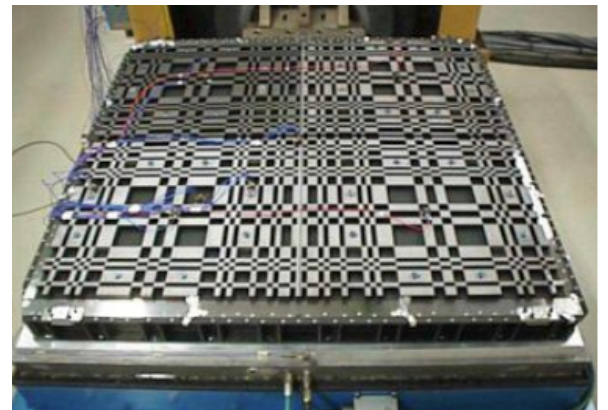


Рис. 7. Кодировка маска с узором типа URA (слева) и соответствующая автокорреляционная функция (справа).

Примеры реальных кодирующих масок (а так же их параметры), установленных на телескопах SPI и IBIS обсерватории ИНТЕГРАЛ (проект ESA) приведены на рис. 8.



- 127 элементов (64 открытых, 63 закрытых)
- материал - Вольфрам (30 мм)
- 171 см над детекторной плоскостью
- Угловое разрешение: 2°



- 53x53 основной узор (маска состоит из 4 одинаковых основных узоров)
- материал - Вольфрам (16 мм)
- 320 см над детекторной плоскостью
- Угловое разрешение: 12'

Рис. 8. Фотографии реальных кодирующих масок, используемых на гамма- и рентгеновских телескопах SPI (слева) и IBIS (справа) обсерватории ИНТЕГРАЛ. Ниже приведены их основные параметры.

Определение оптимальной доли t открытых элементов маски

Оптимальное с точки зрения достижения максимального соотношения сигнал к шуму количество открытых (прозрачных) и закрытых (непрозрачных) элементов маски является параметром, зависящим от энергетического диапазона регистрируемых фотонов (что определяет относительный вклад источников, регистрируемых детектором, включая различные компоненты фона).

Предположим, что детектор облучается тремя основными компонентами излучения:

1. N точечных источников интенсивностью S_i отсчетов на площадь детектора ($i=1\dots N$) за наблюдение.
2. Изотропный диффузный небесный фон B отсчетов на площадь детектора на поле зрения.
3. Внутренний детекторный фон b отсчетов на площадь детектора (эта компонента включает в себя все события, пришедшие не из апертуры).

Обе фоновые компоненты предполагают плоский отклик на детекторе. Размеры элементов детектора совпадают с размерами элементов маски.

Посчитаем соотношение сигнал-шум для одного источника в поле зрения (допустим $i=1$). Восстановление изображения представляет из себя кросс-корреляцию детекторного изображения (тенеграммы) с узором маски. Для данного направления k на небе аккумулируются все отсчеты за открытыми элементами маски

$$C_{k,\text{open}} = S_1 t + t \left\{ B t + b + \sum_{i \neq 1} S_i t \right\} \text{отсчетов}$$

и соответствующее количество отсчетов за закрытыми элементами маски

$$C_{k,\text{closed}} = (1 - t) \left\{ B t + b + \sum_{i \neq 1} S_i t \right\} \text{отсчетов.}$$

Чтобы оценить интенсивность источника C_k необходимо отнормировать количество отсчетов за открытыми элементами на соответствующую величину t (доля открытых элементов маски), а отсчетов за закрытыми элементами — на величину $1-t$, и вычесть последнее из первого:

$$C_k = \frac{C_{k,\text{open}}}{t} - \frac{C_{k,\text{closed}}}{1 - t} \text{отсчетов на площадь детектора.}$$

В данном случае дисперсия $\sigma_{C_k}^2$ Пуассоновского шума будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{C_k}^2 &= \frac{C_{k,\text{open}}}{t^2} + \frac{C_{k,\text{closed}}}{(1 - t)^2} \\ &= \frac{S_1 + b}{t} + \frac{B + \sum_{i \neq 1} S_i + b}{1 - t} \end{aligned}$$

Таким образом, соотношение сигнал-шум для точечного источника можно записать как

$$\begin{aligned} S/N &= \frac{S_1}{\sigma_{C_k}} \\ &= \frac{S_1}{\sqrt{\frac{S_1 + b}{t} + \frac{B + \sum_{i \neq 1} S_i + b}{1 - t}}}, \text{ что является функцией } t. \end{aligned}$$

Оптимальное же значение доли открытых элементов маски t , t_{opt} (когда S/N максимально), может быть получено из условия

$$\left[\frac{\partial(S/N)}{\partial t} \right]_{t=t_{opt}} = 0$$

В итоге получаем соотношение

$$t_{opt} = \frac{1}{1 + \sqrt{f}}$$

где

$$f = \frac{B + \sum_{i \neq 1} S_i + b}{S_1 + b}$$

Как видно из приведенных выше формул f является функцией интенсивностей точечных источников S_i ($i = 1, \dots, N$), а так же обеих компонент фона. Таким образом, не существует уникальной величины t_{opt} . Так, например, телескоп IBIS обсерватории ИНТЕГРАЛ может наблюдать поля с несколькими источниками (например, внегалактические поля) или поля с десятками источников (области Галактического Центра).

Однако, можно выделить несколько предельных случаев:

1. Если S_1 доминирует над $\sum S_i$, B , и b , то f стремится к 0, а t_{opt} стремится к 1. Данный случай является тривиальным: детектор в основном меряет фотоны только от S_1 и использование кодированной апертуры не несет преимуществ.

2. Если b доминирует над S_i ($i = 1, \dots, N$) и B , тогда f стремится к 1, а t_{opt} к 0.5 (величина с которой сделано большинство масок для телескопов, работающих в жестком рентгеновском диапазоне (выше ~20 кэВ)).

3. Если $\sum S_i + B$ доминирует над S_1 и b , тогда f стремится к бесконечности, а t_{opt} - к $1/\sqrt{f}$.

Зависимость оптимального значения доли открытых элементов маски как функция f приведена на рис. 9.

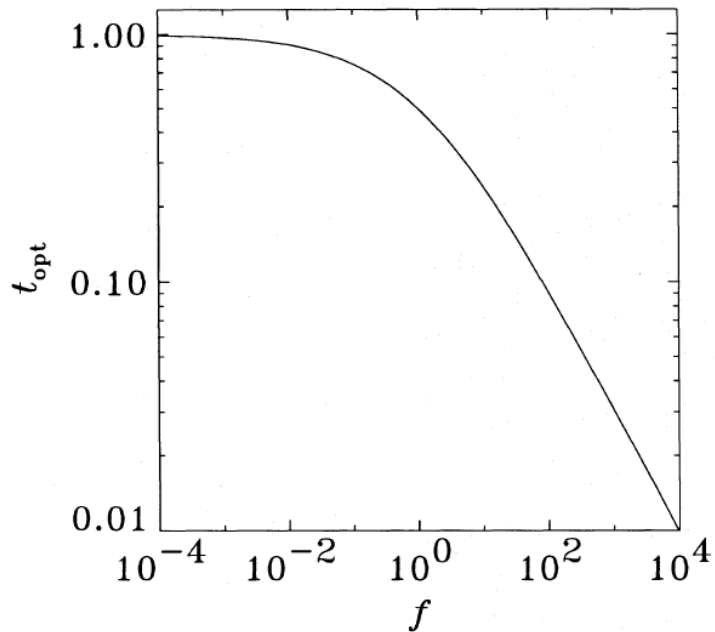


Рис. 9. Зависимость оптимального значения доли открытых элементов маски как функция f .

Примером исполнения кодирующей маски с меньшей долей открытых элементов является рентгеновский телескоп JEM-X обсерватории ИНТЕГРАЛ. Из-за более мягкого диапазона энергий (3-30 кэВ), где существенным является вклад от изотропного рентгеновского фона (СХВ), доля открытых элементов составляет 25% (рис. 10).



Рис. 10. Фотография кодирующей маски рентгеновского телескопа JEM-X обсерватории ИНТЕГРАЛ.

Как было сказано выше, реальные маски с узором типа URA обычно имеют бóльший размер чем детектор и состоят из нескольких элементов, каждый из которых представляет из себя базовый узор. Это приводит к тому, что восстановленное изображение кроме пика на реальном положении источника на небе содержит так называемые дұхи. Конкретное их количество и расположение зависит от конфигурации конкретного прибора. Так, например, отклик оптической системы телескопа IBIS обсерватории ИНТЕГРАЛ содержит 8 основных дұхов, соосных с краями детектора. Расстояние между ними определяется размером базового узора маски и равно 10.7 градусов. Данное обстоятельство является серьезным усложнением при работе с изображениями, полученными при помощи URA масок. На рис. 11 (слева) показано реальное изображение яркого источника - пульсара в Крабовидной туманности, полученное телескопом IBIS/ISGRI в течение 2700 секунд. На том же рисунке справа показан профиль отклика телескопа на точечный источник. Несмотря на наличие значительных шумов на изображении, все они являются предсказуемыми при правильной калибровке прибора и могут быть убраны на этапе восстановления изображения.

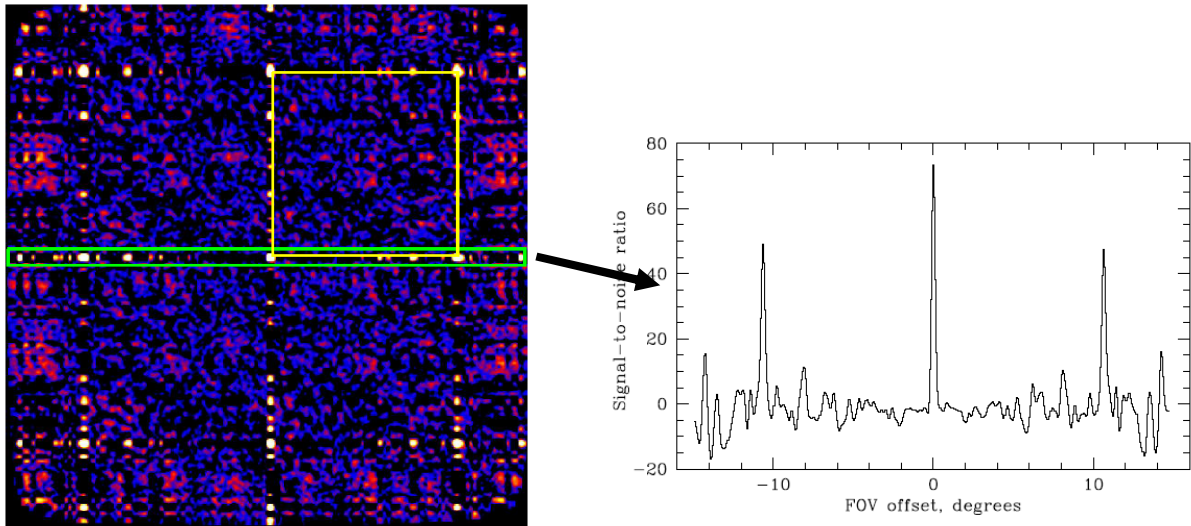


Рис. 11. Слева: Изображение яркого источника - пульсара в Крабовидной туманности, полученное телескопом IBIS/ISGRI в течение 2700 секунд. Справа: Профиль отклика телескопа на точечный источник.

Задание

Задание состоит в восстановлении изображения, используя тенеграмму (распределение отсчетов на детекторе) и узор маски. Восстановление производится последовательно для всех возможных направлений на небе путем сдвига маски на один пиксель и корреляционного анализа. Для простоты примем площадь одного пикселя 1 см^2 , а экспозицию 1000 секунд.

Поток от каждого направления на небе можно считать просто как полное количество отсчетов, которое “видит” детектор через открытые элементы маски, минус количество отсчетов за закрытыми элементами маски (который в данном случае можно считать фоном для данного направления). Сдвигание маски на один элемент

означает переход к соседнему пикселю на изображении неба. Все необходимые формулы приведены ниже:

$$F = \sum_{M=1} D - \text{BAL} \sum_{M=0} D$$

$$\sigma^2 = \sum_{M=1} D + \text{BAL}^2 \sum_{M=0} D$$

$$\text{BAL} = \frac{\sum_{M=1}}{\sum_{M=0}} \quad - \text{балансировочная матрица}$$

где $M=1$ означает открытый элемент маски, $M=0$ – закрытый элемент маски, D – количество отсчетов на детекторе в соответствующем пикселе, $\sum_{M=1}$ – количество открытых пикселей маски для данного направления на небе, $\sum_{M=0}$ – количество закрытых пикселей маски.

Безусловно, все описанные выше математические операции должны быть сделаны с необходимыми нормировками (в разных участках перекрытия маски и детектора может быть разное количество открытых и закрытых элементов (учитывается балансировочной матрицей), а так же общее их количество). Более конкретное описание нормировок является частью задания и должны быть продуманы студентом.

Маска и тенеграмма для простоты имеют одинаковый размер 95 на 95 элементов (записаны в виде ASCII файлов; так же имеются в виде FITS файлов и могут быть открыты для просмотра в программе ds9 (<http://hea-www.harvard.edu/RD/ds9/site/Download.html>)). Для указанных

размеров маски какой размер изображения области неба должен получиться после восстановления (в пикселях)?

В предоставленных массивах маска и тенеграмма имеют координаты 103 — 197 по обеим координатам. Для выполнения задания предоставляется два набора масок и соответствующих тенеграмм: со случайным узором (рис. 12) и URA узором (маска телескопа IBIS обсерватории ИНТЕГРАЛ; рис. 13). Положение и интенсивности источников, а так же фона являются одинаковыми.

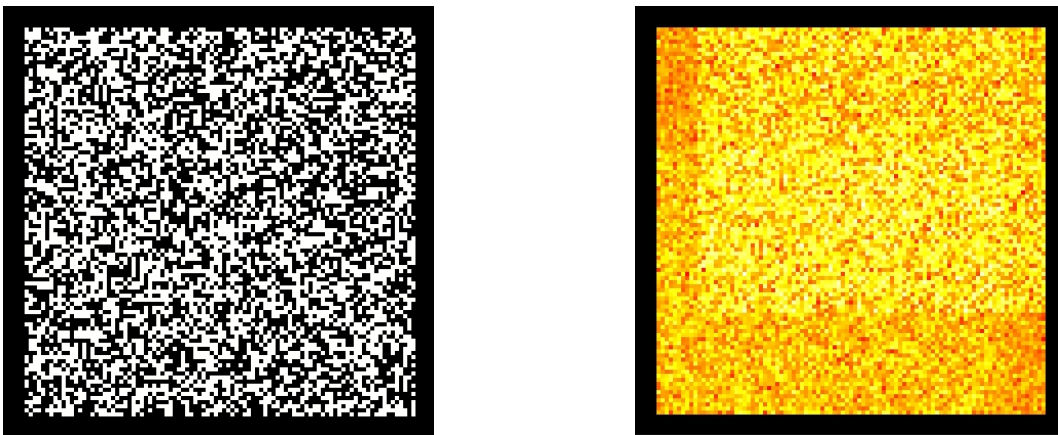


Рис. 12. Слева: Изображение маски со случайным узором (содержится в файле `random_mask.txt`). Справа: Тенеграмма, полученная при помощи данной маски (содержится в файле `random_shadow.txt`).

Используя алгоритм, описанный выше, надо построить карты интенсивности излучения (в единицах $\text{фот}/\text{см}^2/\text{с}$), ошибок (в тех же единицах), значимости. Способ визуализации полученных карт может быть любым, однако рекомендуется воспользоваться процедурой `flst2im` из астрофизического пакета программ `FTOOLS` (<https://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/software/lheasoft/ftools/>) для получения изображения в формате FITS. Используя карту значимости надо построить распределение значимостей (количество пикселей с данной значимостью; ширину бина по значимости можно

выбрать 0.2) для случайного и URA узоров маски. Нарисовать эти распределения на одном рисунке.

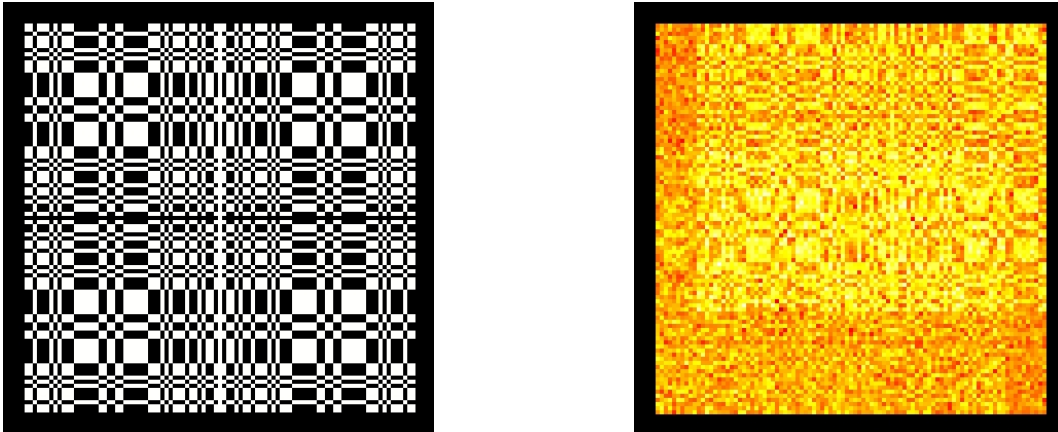


Рис. 13. Слева: Изображение маски с узором URA (содержится в файле `integral_mask.txt`). Справа: Тенеграмма, полученная при помощи данной маски (содержится в файле `integral_shadow.txt`).

- Сколько источников излучения содержится в данном участке неба?
- Какова их интенсивность в единицах фот/см²/с?
- Объяснить разницу в распределениях значимостей для разных узоров маски.

Литература

1. E. E. Fenimore and T. M. Cannon // *Appl. Opt.* 1978, v.17, pp. 337–347.
2. Caroli, E., Stephen, J.B., Di Cocco, G., Natalucci, L., Spizzichino, A. // 1987, SSR, 45, 349
3. in 't Zand J. J. M., Heise J., Jager R. // *Astronomy and Astrophysics* 288, 665-674 (1994)