

## К УГЛОВОЙ АНИЗОТРОПИИ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИЗЛУЧАЮЩИХ ЧАСТИЦ В РЕЛЯТИВИСТСКИХ ДЖЕТАХ

© 2025 г. Т. И. Халилов<sup>1,2</sup>, В. С. Бескин<sup>2,1,\*</sup>, В. И. Парьев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Россия

<sup>2</sup>Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук, Москва, Россия

\*e-mail: beskin@lpi.ru

Поступила в редакцию 19.08.2024 г.

После доработки 20.02.2025 г.

Принята к публикации 10.03.2025 г.

Наблюдаемые степенные спектры релятивистских джетов из активных галактических ядер однозначно свидетельствуют в пользу синхротронного механизма излучения частицами, также обладающими степенным энергетическим спектром. Однако вопросу об их угловой анизотропии до недавнего времени не уделялось достаточного внимания, хотя пример солнечного ветра (где также реализуется сильно замагниченный ветер) показывает важность учета этого обстоятельства. В этой работе исследуется эволюция изначально изотропного степенно<sup>й</sup> спектра излучающих частиц по мере их распространения вдоль расширяющихся релятивистских джетов. Показано, что для релятивистских течений, в которых определяющую роль играет электрическое поле, сохранение поперечного адабатического инварианта не приводит к уменьшению питч-углов излучающих частиц по мере их выхода в область слабых магнитных полей. Это связано с дрейфовым характером движения частиц.

**Ключевые слова:** джеты из активных галактических ядер, синхротронное излучение

DOI: 10.31857/S0004629925070015 EDN: QBFGNM

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Релятивистские струйные выбросы (джеты), истекающие из активных галактических ядер, являются видимыми проявлениями их активности на ранней стадии эволюции [1, 2]. При этом их гидродинамические скорости соответствуют значениям лоренц-факторов  $\Gamma$  порядка 10–20, причем истекающая плазма сохраняет такие скорости на больших расстояниях от ядра прежде, чем она заметно замедлится при взаимодействии с межгалактической средой [3, 4]. Нет сомнений, что наблюдаемое радиоизлучение джетов связано с синхротронным излучением релятивистских электронов. Об этом говорит как степенно<sup>й</sup> спектр наблюдаемого излучения, так и его характерный завал на низких частотах, легко объясняемый синхротронным самопоглощением [5, 6].

К сожалению, в настоящее время природа формирования степенного спектра излучающих частиц остается невыясненной [7–9]. Поэтому в большинстве работ такой степенной спектр просто постулируется [10, 11]. При этом также предполагается изотропное распределение по питч-углам. Здесь обычно ссылаются на турбу-

лентность плазмы, которая в первую очередь будет приводить к угловой изотропизации функции распределения [12, 13].

Однако данное приближение справедливо лишь для плазмы высокой плотности в слабом магнитном поле, то есть когда альфвеновская скорость меньше скорости света, а значит и скорости частиц. В таком случае эффект диффузии питч-угла электронов, взаимодействующих с турбулентной плазмой, будет превалировать над эффективным ускорением, что и приводит к изотропному распределению по питч-углам для ускоренных электронов [14]. Для излучающих же частиц в релятивистских джетах справедливо приближение слабостолкновительной плазмы в сильном регулярном магнитном поле, для которого может быть верным другое поведение системы, когда возникает сильно анизотропное распределение по питч-углам.

Действительно, согласно численным расчетам (см., напр., [15, 16]), турбулентность в центральных частях релятивистских струйных выбросов не играет определяющей роли в динамике истекающей плазмы. Кроме того, как показывает пример солнечного ветра (который также представляет собой расходящееся сильно замагниченное,

хотя и нерелятивистское течение с безусловно высоким уровнем турбулентности), электронная температура продольного и поперечного движения может отличаться в несколько раз [17–19]. Иными словами, при постоянно действующем механизме, приводящим к угловой анизотропии, итоговая анизотропия функции распределения может быть значительна даже в том случае, если уровень турбулентности достаточно высок. Поэтому вопрос об угловой анизотропии уже не раз поднимался при обсуждении радиоизлучения релятивистских джетов. В пользу такой анизотропии говорит и ряд наблюдательных фактов [20].

Оставляя обсуждение вопроса об эффективности процесса изотропизации в реальных астрофизических джетах до последней части настоящей работы, мы ограничимся лишь анализом самого механизма анизотропизации; определению равновесной угловой функции распределения будет посвящена отдельная статья. Иными словами, здесь будет рассмотрена модельная задача об эволюции углового и энергетического распределения излучающих частиц по мере их распространения на большие расстояния от центральной машины в регулярном магнитном поле. Предполагая как обычно, что спектр является степенным и изотропным у основания джета, будет показано, что для релятивистских течений, в которых определяющую роль играет электрическое поле, сохранение поперечного адиабатического инварианта не будет приводить к уменьшению питч-углов излучающих частиц по мере их выхода в область слабых магнитных полей. Это связано с дрейфовым характером движения частиц. При этом несмотря на то, что показатель степенного спектра излучающих частиц не изменяется, сама функция распределения становится существенно двумерной, т. е. зависящей не только от энергии частиц, но и от их углового распределения.

Статья организована следующим образом. В разделе 2 подробно обсуждена постановка задачи, в рамках которой мы будем изучать эволюцию функции распределения излучающих частиц  $f(\gamma, \mu, r)$  в зависимости от их энергий (лоренц-факторов  $\gamma$ ) и питч-углов  $\chi$  ( $\mu = \cos \chi$ ). Раздел 3 посвящен точно решаемой задаче (монопольное магнитное поле при отсутствии вращения), в рамках которой показана адекватность нашего подхода для определения функции распределения  $f(\gamma, \mu, r)$ . Далее, в разделе 4 проведено подробное исследование эволюции функции распределения излучающих

частиц при их распространении вдоль релятивистского струйного выброса, при котором учитывается как его вращение, приводящее к возникновению электрического поля, так и переход от сильно замагниченного к слабо замагниченному течению. Наконец, в последней части сформулированы основные результаты, полученные в настоящей работе.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Прежде всего, сформулируем постановку задачи, в рамках которой мы будем исследовать эволюцию функции распределения излучающих частиц. Отметим сразу, что нас будут интересовать лишь те системы отсчета, в которых электрическое поле равно нулю, поскольку именно для таких систем отсчета и строится теория синхротронного излучения [10]. В этом случае функция распределения частиц будет обладать осевой симметрией, т.е. зависеть лишь от их энергии и питч-угла . Воспользовавшись теперь стандартным определением для функции распределения излучающих частиц  $F(p, r)$  с нормировкой  $\int F(p, r) d^3 p = n_\gamma(r)$ , получаем для интересующих нас ультрарелятивистских частиц ( $p = m_e c \gamma$ ):

$$dn_\gamma = 2\pi m_e^3 c^3 \gamma^2 F(\gamma, \mu, r) d\gamma d\mu, \quad (1)$$

где  $n_\gamma(r)$  есть концентрация частиц, энергия которых в начальной точке превышала энергию  $m_e c^2 \gamma_{\min}$ , а  $dn_\gamma$ , соответственно, есть концентрация излучающих частиц, лоренц-факторы (энергии) которых заключены в интервале  $(\gamma, \gamma + d\gamma)$ , и косинусы питч-угла таких частиц  $\mu = \cos \chi$  лежат в интервале  $(\mu, \mu + d\mu)$ .

Стоит отметить, что здесь и далее происходит усреднение по фазе  $\phi$ , от которой при наличии электрического поля также должна зависеть функция распределения. Но в силу крупномасштабной структуры электромагнитных полей изменением энергий и питч-углов по фазе можно пренебречь, т. к. характерный размер изменения угла  $\phi$  — это есть ларморовский радиус, тогда как рассматриваемое электрическое поле (см. ниже) меняется на масштабе светового цилиндра  $R_L$ .

Вводя теперь для удобства функцию распределения  $f(\gamma, \mu, r) = 2\pi m_e^3 c^3 \gamma^2 F(\gamma, \mu, r)$ , получаем  $dn_\gamma = f(\gamma, \mu, r) d\gamma d\mu$  с нормировкой

$$\int f(\gamma, \mu, r) d\gamma d\mu = n_\gamma(r). \quad (2)$$

Напомним сразу, что связь между концентрациями в движущейся и покоящейся (лабораторной) системах в общем случае не дается соотношением

$$n_\gamma^{\text{lab}} = \Gamma n_\gamma^{\text{com}}, \quad (3)$$

где  $\Gamma$  есть лоренц-фактор относительного движения. Однако, оно выполняется для изотропного распределения частиц, которое ниже будет предполагаться для сопутствующей системы в начальной точке движения.

Далее, мы будем предполагать, что концентрация излучающих частиц  $n_\gamma^{\text{lab}}(r)$  существенно меньше концентрации основного (гидродинамического) компонента  $n_e^{\text{lab}}$ ; согласно [21, 22], это приближение действительно имеет место ( $n_\gamma / n_e \sim 10^{-3} - 10^{-2}$ ). При этом следует различать значения концентраций в сопутствующей и лабораторной системе координат. Для оценки концентрации гидродинамической компоненты в лабораторной системе мы воспользуемся удобной нормировкой  $n_e^{\text{lab}} = \lambda n_{\text{GJ}}$ , где

$$n_{\text{GJ}} = \frac{\Omega B_p}{2\pi c e} \quad (4)$$

есть т. н. плотность Гольдрайха-Джулиана. Здесь  $B_p$  представляет собой полоидальное магнитное поле, а  $\Omega$  здесь и далее будет обозначать угловую скорость вращения на оси джета.

Сразу обсудим численные значения введенных выше величин. Оценка характерной величины угловой скорости,

$$\Omega \sim 10^{-6} \text{ с}^{-1}, \quad (5)$$

получается из многих соображений. Так, она следует из анализа выражения для полного энерговыделения джета [23]:

$$W_{\text{tot}} \sim B_L^2 R_L^2 c, \quad (6)$$

где  $R_L = c / \Omega$  есть радиус светового цилиндра, а  $B_L = B(R_L)$ , которое для большинства наблюдаемых струйных выбросов составляет  $W_{\text{tot}} \sim 10^{44} - 10^{46}$  эрг/с. Как показывают численные расчеты [24], отношение радиуса светового цилиндра  $R_L$  к радиусу черной дыры ( $r_g = 2GM / c^2$ ) не должно быть меньше значений порядка 10. Такие же оценки получаются из анализа наблюдаемого перехода ширины джета от параболической к конической форме [25]. Наконец, прямые измерения скорости вращения джета в M87 дают  $\Omega = (0.9 - 1.3) \times 10^{-6} \text{ с}^{-1}$  [26].

Далее, оценка полоидального магнитного поля в районе горизонта черной дыры  $B_p(r_g) \sim (10^3 - 10^4) \text{ Гс}$  (т. н. эддингтоновское магнитное поле, которое следует из равенства плотности энергии магнитного поля и плотности энергии аккрецирующей плазмы для эддингтоновских значений темпа акреции [27, 28]) дает значение полоидального магнитного поля на световом цилиндре  $B_L \sim (\Omega r_g / c)^2 B_p$ :

$$B_L \sim (1 - 10^2) \text{ Гс}. \quad (7)$$

Такое значение получается и из энергетического соотношения (6) [23, 24]. Кроме того, мы будем предполагать, что полоидальное магнитное поле остается регулярным (нетурбулентным) на всем протяжении джета, во всяком случае в его присевовой части. Как уже отмечалось, в пользу такого предположения говорят как наблюдения (джеты обладают достаточно регулярной поляризационной структурой [6, 29]), так и результаты численного моделирования [15].

Наконец, для т. н. множественности рождения  $\lambda$  мы будем полагать:

$$\lambda \sim 10^{11} - 10^{12}. \quad (8)$$

Эта оценка следует из соотношения [23]

$$\lambda \sigma_M \approx (W_{\text{tot}} / W_A)^{1/2}, \quad (9)$$

где  $W_A = m_e^2 c^5 / e^2 \approx 10^{17}$  эрг/с, а  $\sigma_M$  есть т. н. параметр замагниченности Майкеля [30], имеющий смысл максимального гидродинамического лоренц-фактора, который может быть достигнут в сильно замагниченном ветре (ниже будет дано его точное определение). Поскольку как значения сверхсветовых скоростей, так и более детальные исследования, основанные на эффекте сдвига ядра [21], дают значения  $\sigma_M \sim 10 - 10^2$ , мы неизбежно приходим к оценке (8). Получаемая для таких значений  $\lambda$  концентрация истекающей плазмы  $n_e$  соответствует и значениям, полученным ранее в работе [31]. Именно такие частицы и будут определять сопутствующую систему координат.

Теперь, определив параметры истекающей плазмы, мы можем окончательно сформулировать обсуждаемую ниже модельную задачу. Как и в большинстве работ мы будем предполагать, что на расстоянии  $r = r_{\text{inj}}$  ( $r_{\text{inj}} \sim R_L$ ) за счет неизвестных в настоящее время процессов в сопутствующей системе координат, движущейся с лоренц-фактором  $\Gamma_{\text{inj}}(r)$  относительно лабораторной си-

стемы, формируется степенное изотропное распределение излучающих частиц

$$f(\gamma', \mu', r_{\text{inj}}) = \frac{n_0^{\text{com}}}{2} f_\gamma(\gamma'), \quad (10)$$

где вновь  $n_0^{\text{com}} = \text{const}$  есть концентрация частиц в сопутствующей системе координат, при  $r = r_{\text{inj}}$

$$f_\gamma(\gamma') = A_0(\gamma')^{-p}, \quad \gamma_{\min} < \gamma' < \gamma_{\max}, \quad (11)$$

а нормировочный множитель  $A_0(\gamma_{\min}, \gamma_{\max})$  определяется из соотношения (2), согласно которому  $\int f_\gamma(\gamma) d\gamma = 1$ :

$$A_0(\gamma_{\min}, \gamma_{\max}) = \frac{p - 1}{\gamma_{\min}^{1-p} - \gamma_{\max}^{1-p}} \approx \frac{p - 1}{\gamma_{\min}^{1-p}}. \quad (12)$$

Как будет показано ниже, функцию распределения по энергии частиц  $f_\gamma(\gamma)$  действительно можно всегда нормировать на единицу. Здесь и далее мы будем пренебрегать влиянием верхней границы энергетического спектра, полагая  $\gamma_{\min} \ll \gamma_{\max}$ . При этом эволюция степенного хвоста излучающих частиц будет рассматриваться независимо от эволюции основной (гидродинамической) части джета.

В связи с отмеченными выше значениями лоренц-факторов частиц  $\gamma \sim 10^2 - 10^5$  необходимо сделать еще одно важное замечание. Оно связано с используемым нами в этой работе приближении о постоянстве энергии излучающих частиц в лабораторной системе координат. Понятно, что такое приближение будет иметь место лишь в том случае, если время синхротронного высвечивания  $\tau \sim c/(\omega_B^2 r_e \gamma)$  ( $r_e = e^2/m_e c^2$  — классический радиус электрона) будет существенно превышать время выхода частиц  $t = r/c$  из области сильного магнитного поля. Подобная оценка относится и к комптоновским потерям, которые обычно сопоставимы по величине с синхротронными. В итоге, благодаря квадратичному спаданию магнитного поля в сопутствующей системе координат (см. ниже), получаем, что это приближение будет выполнено на расстояниях  $r$ , удовлетворяющих условию

$$\frac{r}{R_L} > 10 \left( \frac{\gamma}{10^5} \right)^{1/3} \left( \frac{B_L}{10 \Gamma c} \right)^{2/3}. \quad (13)$$

Именно такие расстояния и будут использоваться нами в дальнейшем.

Предположим теперь, что частицы, радиальная скорость которых положительна, на расстояниях

$r > r_{\text{inj}}$  двигаются свободно в электромагнитных полях релятивистского джета. При этом, как показано в работе [32], у них с хорошей точностью сохраняется поперечный адиабатический инвариант

$$I = \frac{(p'_\perp)^2}{h}, \quad (14)$$

где  $p'_\perp$  есть импульс, перпендикулярный магнитному полю в сопутствующей системе координат, а

$$h = \sqrt{B^2 - E^2} \quad (15)$$

есть приведенное магнитное поле. Что же касается частиц, движущихся в лабораторной системе по направлению к центральной машине, то их незначительное число и, как будет показано, относительно малая энергия позволяют их безболезненно отбросить.

Отметим также, что поскольку нас в дальнейшем будут интересовать именно высокоэнергичные частицы с  $\gamma' > \gamma_{\min}$  (а сохранение поперечного адиабатического инварианта, как будет показано, приводит к уменьшению их энергии в сопутствующей системе координат), ограничение снизу на спектр излучающих частиц не приводит к ограничению общности. Нужно только помнить, что, как уже отмечалось, концентрацией  $n_\gamma$  мы называем концентрацию частиц, энергия которых первоначально превышала  $m_e c^2 \gamma_{\min}$ .

Сделаем еще два важных замечания относительно гидродинамического лоренц-фактора  $\Gamma_{\text{inj}}(r)$ , которые будут использоваться в дальнейшем. Во-первых, как хорошо известно [23, 33, 34], в асимптотически далекой области за пределами светового цилиндра  $r_\perp \gg R_L$  ( $x \gg 1$ ) гидродинамическая скорость близка к скорости электрического дрейфа  $U_{\min} = c[\mathbf{E} \times \mathbf{B}] / B^2$ , причем при  $x \ll \sigma_M$  имеет место простая асимптотика  $\Gamma = x$ . Здесь и далее мы будем использовать удобную безразмерную координату  $x = r_\perp / R_L$ . Что же касается области в пределах светового цилиндра, то здесь нет единого мнения относительно величины продольной скорости вдоль оси джета. Существуют аргументы как в пользу того, что возможно лишь электродинамическое ускорение частиц (и тогда скорость на оси в точности равна нулю [16, 35, 36]), так и в пользу того, что в процессе рождения частиц истекающая плазма как целое приобретает значительную скорость  $v \sim c$  [37, 38]. Поэтому ниже мы будем полагать

$$\Gamma_{\text{inj}} = (\Gamma_0^2 + x^2)^{1/2}, \quad (16)$$

где  $\Gamma_0 \approx 1$  есть свободный параметр.

Во-вторых, мы в дальнейшем будем широко использовать не сопутствующую, а дрейфовую систему координат. Дело в том, что при  $\Gamma_0 > 1$  гидродинамическое движение складывается из электрического дрейфа и движения вдоль магнитных силовых линий. Такое дополнительное движение, как уже отмечалось, становится несущественным за пределами светового цилиндра, однако играет определяющую роль вблизи оси джета. При этом в общем случае определить эту дополнительную скорость на расстояниях  $r \gg r_{\text{inj}}$  достаточно затруднительно [39]. С другой стороны, для вычисления наблюдаемого излучения (а именно для этой главной задачи и проводится настоящее рассмотрение) можно выбрать любую систему отсчета, в которой электрическое поле равно нулю. В этом смысле дрейфовая система представляется наиболее удобной, поскольку для ее определения необходимо знать лишь значения электрического и магнитного полей в данной точке. Соответственно, лишь значения электрического и магнитного полей в данной точке будут определять и доджлер-фактор  $D = 1 / (\Gamma_{\min}(1 - \beta_{\min} n))$ , необходимый для определения наблюдаемого излучения [3, 4].

### 3. МОНОПОЛЬНОЕ ПОЛЕ – ТОЧНО РЕШАЕМАЯ ЗАДАЧА

В качестве примера рассмотрим модельную, но точно решаемую задачу невращающегося конического джета, в котором существует лишь монопольное магнитное поле:

$$\mathbf{B}(r) = B_0 \frac{R^2}{r^2} \mathbf{e}_r, \quad (17)$$

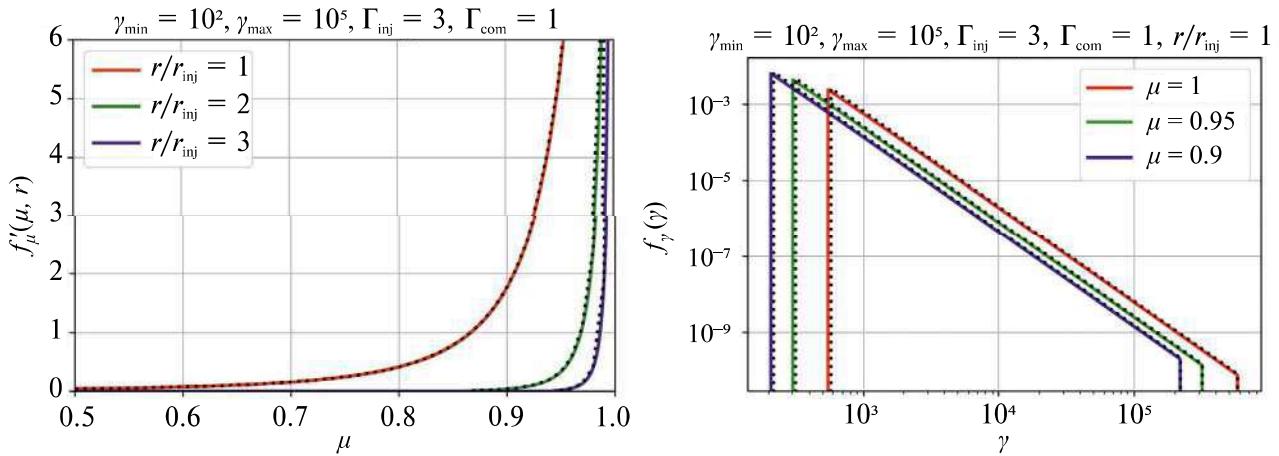
так что  $h = B$ . Гидродинамическое течение происходит вдоль радиального направления  $\mathbf{e}_r$  с постоянной скоростью и постоянным лоренц-фактором  $\Gamma = \Gamma_{\text{inj}}$ . Этот случай хорошо моделирует движение частиц в пределах светового цилиндра  $x < 1$ . При этом для дрейфовой системы координат можно положить  $\Gamma_{\text{com}} = 1$ , то есть в этом случае дрейфовая система координат совпадает с лабораторной системой.

В результате в лабораторной (дрейфовой) системе координат, как и в сопутствующей, будет сохраняться поперечный адиабатический инвариант

(14). Кроме того, в лабораторной системе отсчета будет также сохраняться и полная энергия частиц. Это позволяет с помощью очевидных лоренц-преобразований для каждой пробной частицы из изотропного распределения (10) в сопутствующей системе координат при  $r = r_{\text{inj}}$  перейти в лабораторную систему, а затем, используя сохранение энергии и адиабатического инварианта, найти поперечный импульс в произвольной точке  $r$ . Тем самым, будут определены и конечные значения  $\gamma$  и  $\mu$ . Вернувшись теперь в сопутствующую ( $\Gamma = \Gamma_{\text{inj}}$ ), или оставшись в дрейфовой ( $\Gamma = 1$ ) системе координат, не составляет труда, посчитав количество пробных частиц в соответствующих интервалах  $\Delta\gamma\Delta\mu$ , определить двумерную функцию распределения  $f(\gamma, \mu)$  на любом расстоянии  $r$ . Нужно только принять во внимание, что при определении функции распределения через сохранение числа частиц  $f(\gamma, \mu)\Delta\gamma\Delta\mu = f(\gamma', \mu')\Delta\gamma'\Delta\mu'$  требуется ее домножение на соответствующие модули якобианов преобразования.

На рис. 1 показаны нормированные на начальную концентрацию в лабораторной системе  $n_0 = n_\gamma(r_{\text{inj}})$  функции распределения  $f_\mu(\mu, r) = n_0^{-1} \int f(\gamma, \mu, r) d\gamma$ , описывающие угловую анизотропию частиц для различных расстояний  $r$  от центральной машины, а также энергетические распределения  $f_\gamma(\gamma, \mu, r)$  для различных значений  $\mu$  при  $r = r_{\text{inj}}$  в дрейфовой системе координат ( $\Gamma_{\text{inj}} = 3$ ,  $\Gamma_{\text{com}} = 1$ ). Здесь и далее в численных расчетах мы будем полагать  $\gamma_{\min} = 10^2$  и  $\gamma_{\max} = 10^5$ , а  $p = 2.5$ . Такие значения, часто принимаемые для объяснения наблюдаемых степенно-х спектров джетов в радиодиапазоне [11], обеспечивают нам выполнение как условия (13), так и условия  $\gamma \gg 1$  при уменьшении энергии частиц в сопутствующей системе координат.

Как мы видим, в этом случае уже в начальной точке  $r = r_{\text{inj}}$  угловое распределение в дрейфовой системе сильно сдвинуто в сторону малых питч-углов ( $\mu \rightarrow 1$ ). А на больших расстояниях распределение очень быстро становится практически одномерным. Поэтому на рис. 1 показаны энергетические спектры лишь при значениях  $\mu$ , близких к единице; при меньших  $\mu$  (больших питч-углах) излучающих частиц просто нет. Как мы видим, и в этой системе координат энергетический спектр остается степенным. При этом концентрация частиц  $n_\gamma(r) = \int f_\mu(\mu, r) d\mu$  с хорошей точностью удовлетворяет зависимости  $n_\gamma(r) \propto r^{-2}$  (1.0, 0.24 и 0.11 для безразмерной концентрации  $n_\gamma(r) / n_0$  при  $r / r_{\text{inj}} = 1, 2$  и 3). Это связано с тем, что в лабора-



**Рис. 1.** Слева: нормированные угловые распределения  $f'_\mu(\mu, r) = n_0^{-1} \int f(\gamma, \mu, r) d\gamma$  для различных расстояний  $r$  от центральной машины в дрейфовой (лабораторной) системе координат ( $\Gamma_{inj} = 3, \Gamma_{com} = 1$ ). Пунктиром показаны точные функции распределения  $f'_\mu(\mu, r)$ , см. (27). Справа: энергетический спектр  $f_\gamma(\gamma, \mu)$  на высоте  $r = r_{inj}$  для различных значений параметра  $\mu$ . Пунктиром показаны точные функции распределения  $f_\gamma(\gamma)$

торной системе практически все частицы движутся по направлению магнитного поля.

Понятно, что в такой простой геометрии задача может быть решена аналитически. Действительно, воспользовавшись преобразованиями Лоренца для ультрарелятивистских частиц,

$$\gamma' = \Gamma(1 - \beta\mu)\gamma, \quad (18)$$

$$\mu' = \frac{\mu - \beta}{1 - \beta\mu}, \quad (19)$$

здесь  $\Gamma = \Gamma_{inj}$ ,  $\beta^2 = 1 - 1/\Gamma^2$ , а штрихи соответствуют сопутствующей системе координат, получаем для Якобиана преобразования:

$$\frac{\partial(\gamma', \mu')}{\partial(\gamma, \mu)} = \frac{1}{\Gamma(1 - \beta\mu)}. \quad (20)$$

Воспользовавшись теперь определением (1), а также инвариантностью функции распределения  $F$  при преобразованиях Лоренца между лабораторной и сопутствующей системами отсчета,  $F(\mu, \gamma, r) = F(\mu', \gamma', r)$ , так что  $f(\mu, \gamma, r)/\gamma^2 = f(\mu', \gamma', r)/(\gamma')^2$ , получаем в лабораторной системе при  $r = r_{inj}$ :

$$dn_\gamma(\gamma, \mu, r_{inj}) = \frac{n_0}{2} \frac{d\mu}{\Gamma^4(1 - \beta\mu)^3} \times \frac{(p-1)\gamma_{min}^{p-1}}{\Gamma^{p-1}(1 - \beta\mu)^{p-1}} \gamma^{-p} d\gamma, \quad (21)$$

где вновь  $n_0 = \int dn_\gamma(\gamma, \mu, r_{inj}) = \Gamma n_0^{com}$  есть концентрация частиц в лабораторной системе при  $r = r_{inj}$ .

Далее, в лабораторной системе отсчета, вследствие сохранения энергии в отсутствии электрического поля, лоренц-факторы  $\gamma$  релятивистских частиц не меняются при распространении от радиуса инжекции  $r_{inj}$  до произвольного расстояния  $r$ . Сохранение же адиабатического инварианта (13) в лабораторной системе отсчета для каждой частицы приводит к изменению косинуса питч-угла частицы  $\mu$  согласно  $(1 - \mu)/|\mathbf{B}(r)| = \text{const}$ . В итоге, функцию распределения  $f(\mu, \gamma)$  на произвольном расстоянии  $r$  можно записать в следующей простой форме:

$$dn_\gamma(\gamma, \mu, r) = \frac{n_0}{2\Gamma} D^3(\mu, r) d\mu \times (p-1) \Gamma_{min}^{p-1}(\mu, r) \gamma^{-p} d\gamma, \quad (22)$$

где теперь минимальный лоренц-фактор

$$\Gamma_{min}(\mu, r) = \frac{\gamma_{min}}{\Gamma[1 - \beta\mathcal{M}(\mu, r)]}, \quad (23)$$

а

$$\mathcal{M}(\mu, r) = \left(1 - \frac{r^2}{r_{inj}^2}(1 - \mu^2)\right)^{1/2} \quad (24)$$

есть косинус питч-угла, который релятивистская частица имела в точке  $r_{inj}$ , и который связан с текущим питч-углом  $\mu$  той же частицы через сохранение энергии и сохранение адиабатического инварианта (14) в лабораторной системе отсчета. Соответственно, доплер-фактор имеет вид:

$$D(\mu, r) = \frac{1}{\Gamma[1 - \beta \mathcal{M}(\mu, r)]}. \quad (25)$$

Как мы видим, функция распределения по-прежнему распадается на произведение двух функций распределения  $dn_\gamma(\gamma, \mu, r) = f_\mu(\mu, r)f_\gamma(\gamma, \mu, r)d\gamma d\mu$  с той же нормированной на единицу степенной функцией  $f_\gamma$  (11). Однако теперь, как показано на рис. 1, граничный лоренц-фактор  $\Gamma_{\min}(\mu, r)$  (23), а через него и нормировочный коэффициент  $A_0$ , входящий в определение функции  $f_\gamma$  (11), зависят от параметра  $\mu$ :

$$A_0 = \frac{(p-1)}{\Gamma_{\min}^{1-p}(\mu, r)}. \quad (26)$$

При этом уменьшение величины  $\Gamma_{\min}$  по сравнению с  $\gamma_{\min}$  означает уменьшение энергии частиц в сопутствующей системе отсчета. Это связано с действием вихревого электрического поля, возникающего в этой системе благодаря переменному магнитному полю.

Энергетическое распределение для ультрарелятивистских частиц, когда выполнены соотношения (19), сохраняет свой степенной вид  $f(\gamma, \mu, r) \propto \gamma^{-p}$ . Соответственно, для угловой функции распределения по параметру  $\mu$  получаем при произвольном  $r$ :

$$f_\mu(\mu, r) = \frac{n_0}{2} \frac{1}{\Gamma^4[1 - \beta \mathcal{M}(\mu, r)]^3}. \quad (27)$$

Появление в соотношении (24) для  $\mathcal{M}(\mu, r)$ , которое входит и в выражения (22), (23), фактора  $g(\mu, r) = r^2(1 - \mu^2)$  неслучайно, поскольку функция распределения должна удовлетворять кинетическому уравнению [40]:

$$\mu \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{1}{r}(1 - \mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial \mu} \left( D_{\mu\mu} \frac{\partial f}{\partial \mu} \right), \quad (28)$$

решением которого в пренебрежении угловой диффузии (т. е. при  $D_{\mu\mu} = 0$ ) как раз и является произвольная функция от  $g(\mu, r)$ .

В результате, как показано на рис. 1, имеет место отличное согласие точного аналитического выражения (27) и использованного нами метода определения функций распределения частиц. То же можно сказать и про численные значения граничных лоренц-факторов  $\Gamma_{\min}(\mu, r)$ : по формуле (23) имеем соответственно  $\Gamma_{\min} = 582, 319$  и  $220$  для соответствующих значений  $\mu = 1.0, 0.95$  и  $0.9$ .

Аналогичным образом можно получить угловое и энергетическое распределение в сопутствующей системе отсчета ( $\Gamma_{\text{com}} = \Gamma_{\text{inj}}$ ). Оказывается, они также могут быть представлены в простом виде

$$dn_\gamma(\gamma', \mu', r) = \frac{n_0^{\text{com}}}{2\Gamma^3} D^3(\mu', r) d\mu' \times \\ \times (p-1) \Gamma_{\min}^{p-1}(\mu', r) (\gamma')^{-p} d\gamma', \quad (29)$$

где, напомним,  $n_\gamma^{\text{com}} = \text{const}$ . Правда теперь выражение для  $\Gamma_{\min}(\mu', r)$ ,

$$\Gamma_{\min}(\mu', r) = \frac{\gamma_{\min}}{\Gamma} D(\mu', r), \quad (30)$$

где додлер-фактор

$$D(\mu', r) = \Gamma^{-1} \left[ 1 + \beta \mu' - \beta((1 + \beta \mu')^2 - \right. \\ \left. -(r^2/r_{\text{inj}}^2)(1 - \beta^2)(1 - (\mu')^2))^{1/2} \right]^{-1}, \quad (31)$$

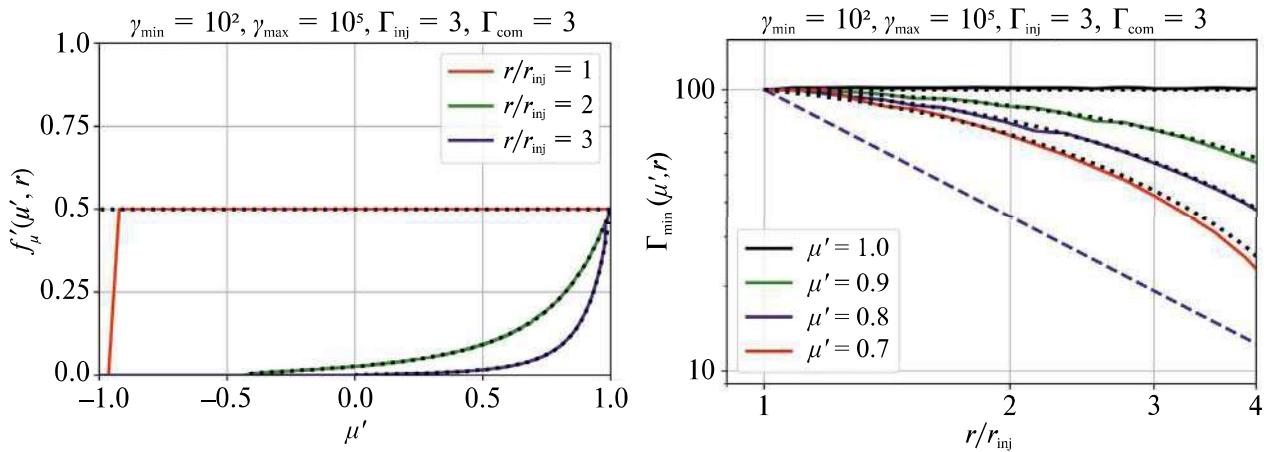
выглядит достаточно сложно. Однако, как легко проверить, выражение для  $\Gamma_{\min}(\mu', r)$  удовлетворяет необходимым соотношениям  $\Gamma_{\min}(1, r) = \gamma_{\min}$  и  $\Gamma_{\min}(\mu, r_{\text{inj}}) = \gamma_{\min}$ . Соответственно,  $D(\mu, r_{\text{inj}}) = \Gamma$ .

Как показано на рис. 2, практически равномерное распределение при  $r = r_{\text{inj}}$  также быстро трансформируется в узконаправленное распределение вдоль магнитного поля. Отсутствие частиц при  $\mu' \approx -1$ , как мы уже говорили, связано с их движением по направлению к центральной машине. Исходя из того, что в лабораторной системе рассматриваются частицы с косинусами питч-угла  $\mu > 0$ , нетрудно получить выражение для минимального косинуса питч-угла в сопутствующей системе отсчета на конечном расстоянии вдоль магнитного поля

$$\mu_{\min} = \frac{r/r_{\text{inj}} \sqrt{r^2/r_{\text{inj}}^2 - 1} - \Gamma_{\text{com}}^2 \beta}{\Gamma_{\text{com}}^2 \beta^2 + r^2/r_{\text{inj}}^2}. \quad (32)$$

При этом энергетическое распределение вновь сохраняет свой степенной вид  $f_\gamma(\gamma', \mu', r) \propto (\gamma')^{-p}$ . Что же касается граничных значений  $\Gamma_{\min}(\mu', r)$ , то, как также показано на рис. 2, результаты нашего расчета функции распределения с хорошей точностью совпадают с аналитическими зависимостями  $\Gamma_{\min}(\mu', r)$  (31).

Интересно также отметить, что для малых расстояний, показанных на рис. 2, концентрация частиц  $n_\gamma(r) = \int f(\mu, r) d\mu$  не удовлетворяет зависимости  $n_\gamma(r) \propto r^{-2}$  (1.0, 0.15 и 0.06 для безразмерной концентрации  $n_\gamma(r)/n_0^{\text{com}}$  при  $r/r_{\text{inj}} = 1, 2$  и 3). Это



**Рис. 2.** Слева: угловые распределения  $f_\mu'(\mu', r) = (\eta_0^{\text{com}})^{-1} \int f(\gamma', \mu', r) d\gamma'$  для различных расстояний  $r$  от центральной машины в сопутствующей системе координат ( $\Gamma_{\text{com}} = \Gamma_{\text{inj}} = 3$ ). Справа: зависимость минимального лоренц-фактора  $\Gamma_{\min}(\mu', r)$  от расстояния  $r$  для разных значений параметра  $\mu'$ . Штриховой линией показана зависимость  $\Gamma_{\min}(\mu', r) \propto r^{-1}$ , использованная нами в работе [32]. Пунктиром показаны аналитические зависимости (31)

связано с тем, что на этих расстояниях не все частицы движутся вдоль направления магнитного поля, и поэтому их средняя скорость вдоль магнитного поля заметно изменяется с увеличением радиуса  $r$ , приближаясь к скорости света с лишь на больших расстояниях.

Полученные уже для такой простой модели результаты позволяют однако сразу сформулировать ряд существенных отличий от обычно принимаемой модели изотропного углового распределения излучающих частиц. И дело здесь не столько в сильной угловой анизотропии, которая приводит к полному отсутствию излучающих частиц при подавляющем большинстве питч-углов; как будет показано ниже, в реальных джетах этот эффект будет иметь место лишь в непосредственной близости от оси вращения. Важным является сам факт зависимости энергетических спектров от углового распределения, которая раньше не принималась во внимание.

Действительно, как мы видели, нормировочный множитель  $A_0 \propto \gamma \Gamma_{\min}^{p-1}$  (12) существенно зависит от параметра  $\mu$ . Так, при малых питч-углах ( $\mu \approx 1$ ) минимальный лоренц-фактор  $\Gamma_{\min}$ , как показано на рис. 2, не зависит от расстояния, поскольку для таких частиц вклад изменяющегося поперечного импульса в полную энергию частиц незначителен. По мере же увеличения питч-углов зависимость  $\Gamma_{\min} = \Gamma_{\min}(\mu', r)$  постепенно приближается к асимптотике  $\Gamma_{\min} \propto B^{1/2} \propto r^{-1}$ , показанной на рис. 2, справа штриховой линией. Она соответствует использованному в работе [32] предполо-

жению, что энергия частиц полностью определяется поперечным импульсом. Понятно, что это предположение нарушается при достаточно малых питч-углах. С другой стороны, следует отметить, что показатель энергетического спектра  $p$  не зависит от питч-углов и не изменяется с расстоянием; этот вывод находится в согласии с наблюдениями [41].

Наконец, получила свое обоснование возможность безболезненно отбросить вклад частиц, которые в лабораторной системе движутся навстречу основному потоку. И дело здесь не только в том, что при  $\Gamma_{\text{com}} > 1$  их относительное число невелико. Более важно то, что в сопутствующей системе координат они попадают на хвосты распределения как по величине  $\mu$ , так и по энергии.

#### 4. УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИЗЛУЧАЮЩИХ ЧАСТИЦ В РЕЛЯТИВИСТСКИХ ДЖЕТАХ

Убедившись в адекватности нашей процедуры определения функций распределения для точно решаемой модели, перейдем теперь к нашей основной задаче, т. е. к определению углового и энергетического распределения излучающих частиц в реальных релятивистских джетах. При этом их внутреннюю структуру мы будем рассматривать в рамках простой бессиловой модели, уже использовавшейся в наших предыдущих работах [32, 42]:

$$\mathbf{B}_p = \frac{\nabla \Psi \times \mathbf{e}_\phi}{2\pi\omega}, \quad (33)$$

$$B_\phi = -[1 + \epsilon(\Psi)] \frac{\Omega_F(\Psi)}{2\pi c} |\nabla\Psi|, \quad (34)$$

$$\mathbf{E} = -\frac{\Omega_F(\Psi)}{2\pi c} \nabla\Psi, \quad (35)$$

где угловая скорость  $\Omega_F$  постоянна на магнитных поверхностях  $\Psi(r, \theta) = \text{const}$ . Дополнительная же коррекция бессилового решения (34) на малую величину  $\epsilon = \epsilon(\Psi)$  связана с тем, что с помощью этой поправки удается воспроизвести уже отмечавшееся выше одно из основных свойств релятивистских сильно замагниченных течений, состоящее в том, что на больших расстояниях от оси вращения практически весь поток энергии перекачивается в поток энергии частиц. В результате чего на больших расстояниях от оси джета энергия гидродинамического движения  $\Gamma m c^2$  вдоль каждой магнитной поверхности  $\Psi(r, \theta) = \text{const}$  становится практически постоянной.

Действительно, поскольку независимо от явного вида функции  $\Psi(r, \theta)$  дрейфовое приближение справедливо как в области сильно замагниченного течения, так и в области насыщения, получаем для полей (33–35)

$$\Gamma_{dr}^2 = \frac{1}{1 - U_{dr}^2/c^2} = \frac{1 + (1 + \epsilon)^2 \omega^2 x^2}{1 + 2\epsilon \omega^2 x^2 + \epsilon^2 \omega^2 x^2}, \quad (36)$$

где  $U_{dr} = c|\mathbf{E}|/\|\mathbf{B}\|$ ,  $\omega(\Psi) = \Omega_F(\Psi)/\Omega$ , и вновь  $x = \Omega r_\perp/c$ . В результате имеем уже отмеченные выше асимптотики  $\Gamma_{dr} = x$  ( $\omega = 1$ ) на достаточно малых расстояниях от оси джета  $x < (2\epsilon)^{-1/2}$  и  $\Gamma_{dr} = (2\epsilon)^{-1/2}$  на больших расстояниях  $x > (2\epsilon)^{-1/2}$ . Соответственно, магнитное поле в дрейфовой системе  $h = \sqrt{B^2 - E^2}$  (15),

$$h \approx B_p \sqrt{1 + 2\epsilon x^2}, \quad (37)$$

на малых расстояниях будет практически совпадать с полоидальным магнитным полем (и, значит, падать как  $r^{-2}$ ), тогда как на больших расстояниях будет выполнено условие  $h \propto r^{-1}$ .

Отметим наконец, что сама величина  $\epsilon(\Psi)$  может быть легко выражена через параметр замагниченности  $\sigma_M$ . Дело в том, что точное определение максимального лоренц-фактора гидродинамического течения  $\Gamma_{max} = E(\Psi)/(\mu_e \eta)$  следует из определения интеграла Бернуlli [33],

$$E(\Psi) = \frac{\Omega_F I}{2\pi} + \Gamma \mu_e \eta, \quad (38)$$

где первое слагаемое соответствует потоку энергии электромагнитного поля, а второе — потоку энергии частиц. Здесь  $\mu_e$  есть релятивистская энталпия, а  $\eta$  есть отношение потока частиц к потоку магнитного поля, которое мы в дальнейшем будем считать постоянным. Как мы видим, максимальный лоренц-фактор будет разным на разных магнитных поверхностях  $\Psi = \text{const}$  в зависимости от величины  $E(\Psi)$ . С другой стороны, предполагая, что у основания джета течение сильно замагничено, можно воспользоваться решениями, полученными для бессиловых конфигураций [43, 44]:

$$E(\Psi) = \frac{\Omega_F^2(\Psi)\Psi}{4\pi^2}. \quad (39)$$

Поэтому величину  $\epsilon(\Psi) \approx 1/(2\Gamma_{max}^2)$ ,

$$\epsilon(\Psi) = \frac{1}{(1 - \Gamma_{max}^{-2})^{1/2}} - 1, \quad (40)$$

удобно выразить через параметр замагниченности Майкеля [30]:

$$\sigma_M = \frac{\Omega^2 \Psi_{tot}}{8\pi^2 \mu_e \eta c^2}, \quad (41)$$

который как раз и имеет смысл максимального лоренц-фактора, достижимого в релятивистском джете с полным магнитным потоком  $\Psi_{tot}$ . В результате получаем:

$$\Gamma_{max}(\Psi) = \Gamma_0 + 2\omega^2(\Psi)\sigma_M \frac{\Psi}{\Psi_{tot}}. \quad (42)$$

Соответственно, условие прекращения гидродинамического ускорения  $x = (2\epsilon)^{-1/2}$  ( $r = r_{acc}$ ) перепишется в виде

$$\frac{r_{acc}}{R_L} = \frac{\sigma_M}{\theta_{jet}}, \quad (43)$$

где  $\theta_{jet}$  есть угол раствора джета. Таким образом, в рассматриваемом нами случае  $r_{acc}/R_L > 100$ , так что область инъекции плазмы с изотропным распределением частиц  $r_{inj}/R_L = 10$  происходит в области, в которой гидродинамическое ускорение еще продолжается.

Что же касается самой функции магнитного потока  $\Psi(r, \theta)$ , то она должна в общем случае удовлетворять т. н. пульсарному уравнению [33]. Однако в этой работе будет рассмотрен простейший вариант тонкого конического джета  $\Psi = \Psi_0(1 - \cos\theta)$  при  $\theta < \theta_{jet}$ , который для  $\theta_{jet} \ll 1$  может быть записан в виде (см., напр., [36]):

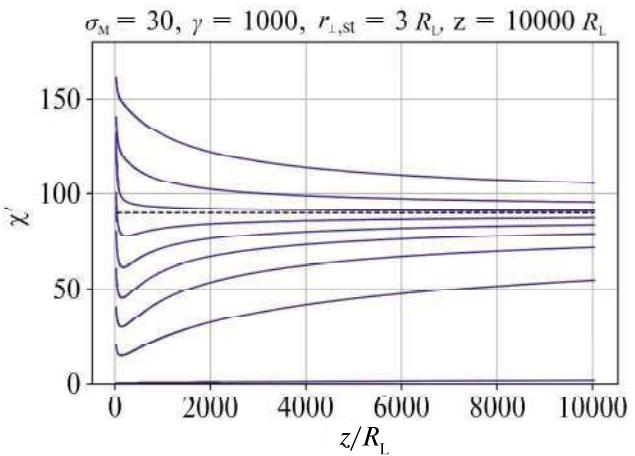
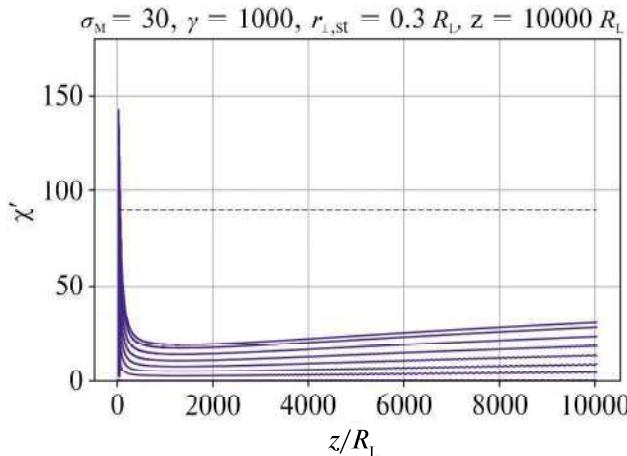
$$\Psi = \Psi_{\text{tot}} \frac{\theta^2}{\theta_{\text{jet}}^2} \quad (44)$$

Соответственно, мы положим также и  $\Omega_F = \Omega$  ( $\omega = 1$ ). Однако, выше специально были приведены общие соотношения, позволяющие моделировать достаточно широкий класс релятивистских джетов.

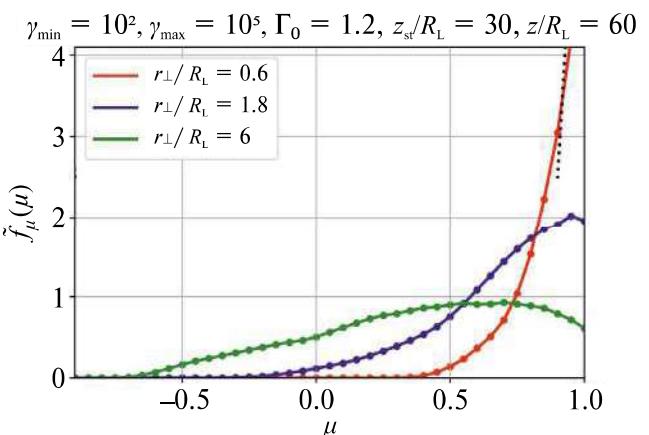
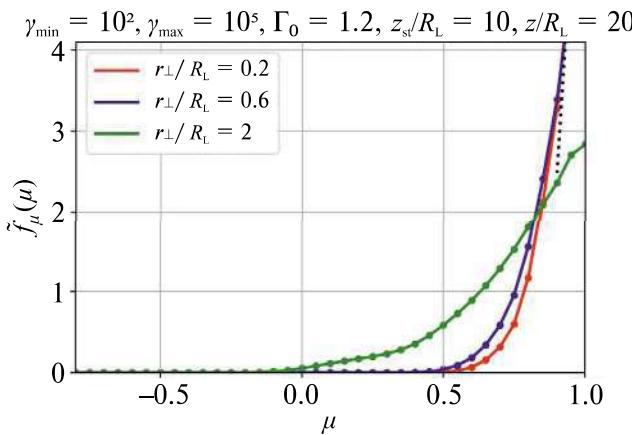
На рис. 3 для примера показана эволюция питч-углов  $\chi'$  ( $\mu' = \cos \chi'$ ) в дрейфовой системе координат для начального изотропного распределения излучающих частиц с лоренц-фактором  $\gamma = 10^3$  у основания релятивистского джета на высоте  $z = 30R_L$  для параметра  $\sigma_M = 30$ , стартовая точка которых находится в пределах ( $r_{\perp,\text{st}} = 0.3R_L$ ) и за пределами ( $r_{\perp,\text{st}} = 3R_L$ ) светового цилиндра. При

этом величина  $\Gamma_{\text{inj}}$  определялась с помощью соотношения  $\Gamma_{\text{inj}} = (\Gamma_0^2 + x^2)^{1/2}$  (16) при  $\Gamma_0 = 1.2$ .

Далее, на рис. 4 представлены нормированные на единицу угловые распределения  $\tilde{f}_\mu(\mu) = n_\gamma^{-1}(z) \int f(\gamma, \mu) d\gamma \left( \int \tilde{f}_\mu(\mu) d\mu = 1 \right)$  для различных начальных расстояний  $z_{\text{st}} = 10R_L$  (слева) и  $z_{\text{st}} = 30R_L$  (справа) при  $z = 2z_{\text{st}}$  для трех траекторий с  $(r_{\perp}/z) = 0.01, 0.03$  и  $0.1$ . Пунктиром слева показана асимптотика (27), которая должна выполняться для всех траекторий, находящихся в пределах светового цилиндра. Соответственно, на рис. 5 представлены результаты для  $z = 10z_{\text{st}}$ . Выбор распределения  $\tilde{f}_\mu(\mu)$  связан с тем, что определенные в предыдущей части распределения  $f'_\mu(\mu)$ , удовлет-



**Рис. 3.** Эволюция питч-углов отдельных частиц с лоренц-фактором  $\gamma = 10^3$  в сопутствующей системе координат для начального изотропного распределения излучающих частиц на высоте  $z = 30R_L$ , стартовая точка которых находится внутри ( $r_{\perp,\text{st}} = 0.3R_L$ , слева) и за пределами ( $r_{\perp,\text{st}} = 3R_L$ , справа) светового цилиндра



**Рис. 4.** Угловые распределения  $\tilde{f}_\mu(\mu) = n_\gamma^{-1}(z) \int f(\gamma, \mu) d\gamma$  для различных начальных расстояний  $z_{\text{st}} = 10R_L$  (слева) и  $z_{\text{st}} = 30R_L$  (справа) от центральной машины при  $z = 2z_{\text{st}}$  для трех траекторий с  $r_{\perp}/z = 0.01, 0.03$  и  $0.1$ . Пунктиром показана асимптотика (27), которая должна быть выполнена для всех траекторий, находящихся в пределах светового цилиндра

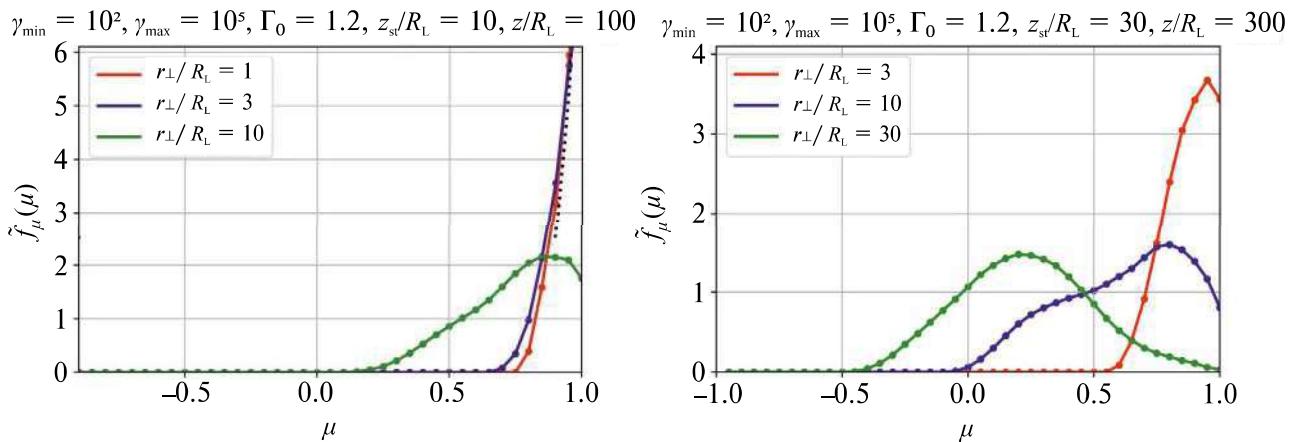


Рис. 5. То же, что на рис. 4, при  $z = 10z_{\text{st}}$

воляющие условию  $\int f'_\mu(\mu) d\mu = n_\gamma(z)/n_0$ , быстро падают с ростом  $z$ .

Как мы видим, в присутствии электрического поля эволюция питч-углов существенно отличается от их эволюции в коническом джете без электрического поля. За пределами светового цилиндра, где электрическое поле приближается по величине к магнитному полю (и, следовательно, основным движением становится электрический дрейф), питч-углы в дрейфовой системе координат приближаются к  $90^\circ$ . С другой стороны, до тех пор, пока траектория частицы находится в пределах светового цилиндра, питч-углы, как и в случае, рассмотренном в предыдущем разделе, будут стремиться к  $0^\circ$ . Неудивительно поэтому, их угловое распределение оказывается близко к распределению (27) (пунктиры на рис. 4 и 5).

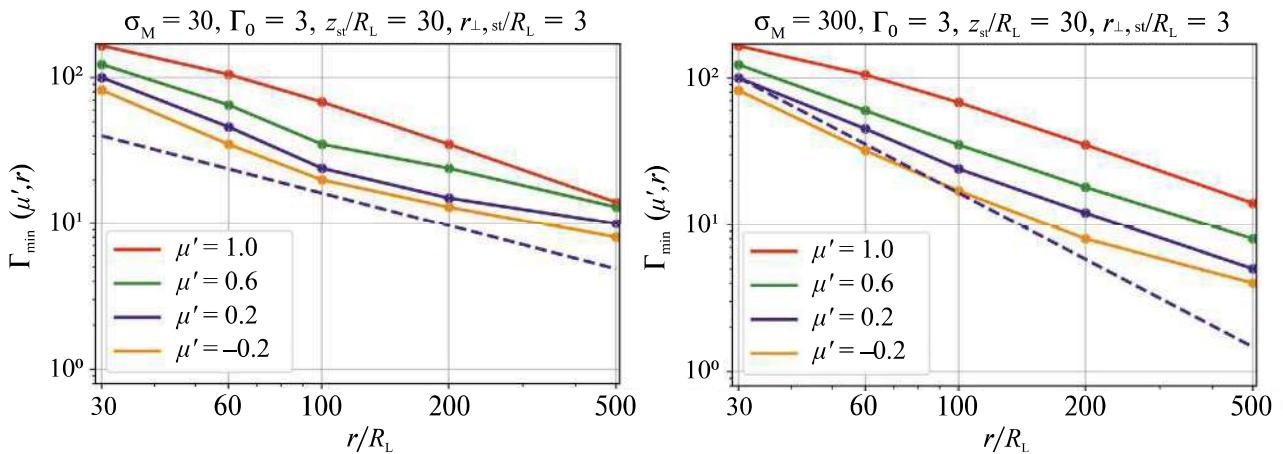
Эффект ортогонализации углового распределения может быть легко объяснен. Действительно, рассмотрим простую декартовую геометрию  $\mathbf{E} = E_0 \mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{B} = [1 + \varepsilon(z)]E_0 \mathbf{e}_y$ , где  $\varepsilon(z) \rightarrow 0$  при  $z \rightarrow \infty$  ( $\varepsilon(z) > 0$ ). В таких полях дрейфовая скорость частиц  $U_{\text{dr}} = c/(1 + \varepsilon)$ , направленная вдоль оси  $z$ , будет приближаться к скорости света. При этом, как легко проверить, для случая  $\mu' = 0$  ( $\chi' = 90^\circ$ ), когда орбита лежит в плоскости  $xz$ , на заряженную частицу не будет действовать сила в направлении оси  $y$ , т. е. питч-угол будет оставаться постоянным и равным  $90^\circ$ .

Таким образом, мы приходим к выводу, что угловое распределение излучающих частиц в релятивистических джетах должно сильно зависеть от того, на каком расстоянии от центральной машины оно перестает быть изотропным. Если это происходит на малых расстояниях ( $z_{\text{st}} < 10R_L$ ), когда траектории практи-

чески всех частиц начинаются в пределах (или недалеко от) светового цилиндра, то в этом случае угловое распределение еще долго будет оставаться сильно анизотропным в направлении магнитного поля (рис. 3, слева). В противном же случае должна иметь место ортогональная анизотропия, при которой питч-углы стремятся к  $90^\circ$  (рис. 3, справа). При этом, как показано на рис. 4 и 5, чем дальше траектории частиц удалены от светового цилиндра, тем больше частиц имеют питч-углы, близкие к  $90^\circ$ .

Что же касается спектра излучающих частиц, то, как было показано выше, его эволюцию удобно представить через изменение величины  $\Gamma_{\min}(\mu', r)$  (мы оставляем здесь штрихи, напоминая, что мы обсуждаем энергетические распределения не в лабораторной, а в дрейфовой системе координат). Соответствующие зависимости показаны на рис. 6.

Как мы видим, и для малых значений  $\sigma_M$  (рис. 6, слева), когда излучающие частицы практически сразу переходят в область насыщения, где поток энергии связан с гидродинамическим течением, и для больших значений  $\sigma_M$  (рис. 6, справа), когда начальная часть траектории лежит в области сильно замагниченного течения, для значений  $\mu' \sim 0$  ( $\chi' \sim 90^\circ$ ) с хорошей точностью выполняется соотношение  $\Gamma_{\min} \propto h^{-1/2}$ . Однако для значений  $\mu'$ , близких к единице (т. е. для питч-углов, близких к  $90^\circ$ ), эти асимптотики не имеют места. Как и в случае примера, рассмотренного в предыдущем разделе, это связано с тем, что при  $\chi' \sim 0^\circ$  основная энергия заключена в продольном движении, и поэтому сохранение поперечного адиабатического инварианта не влияет на полную энергетику излучающих частиц. При этом здесь, как и в предыдущем случае, также сохраняется наклон степенного энергетического спектра.



**Рис. 6.** Зависимость  $\Gamma_{\min}(\mu', r)$  от радиуса  $r$  при  $\sigma_M = 30$  (слева) и  $\sigma_M = 300$  (справа). Слева штриховая линия соответствует зависимостям  $\Gamma_{\min} \propto h^{1/2} \propto r^{-1/2}$ , справедливой после достижения насыщения, а справа — зависимости  $\Gamma_{\min} \propto h^{1/2} \propto r^{-1}$ , справедливой до достижения насыщения

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, было показано, что для релятивистских течений, в которых определяющую роль играет электрическое поле, сохранение поперечного адиабатического инварианта не приводит к уменьшению питч-углов излучающих частиц по мере их выхода в область слабых магнитных полей. Это связано с дрейфовым характером движения частиц за пределами светового цилиндра. При этом следует отметить следующие важные обстоятельства. Напомним, что речь пойдет о функции распределения частиц в дрейфовой системе координат. Как уже отмечалось, эта система наиболее удобна для определения наблюдаемого излучения, т. к. для нее легко определяется доплер-фактор гидродинамического течения  $D$ .

Прежде всего подчеркнем саму возможность факторизации функции распределения  $f(\gamma, \mu, r)$  на произведение двух функций  $f_\mu(\mu, r)$  и  $f_\gamma(\gamma, \mu, r)$ . При этом функция распределения излучающих частиц по питч-углам  $f_\mu(\mu, r)$  не зависит от энергии частиц, однако существенно зависит от расстояния до оси джета: вблизи оси функция распределения сильно сдвинута в область малых питч-углов, тогда как на больших расстояниях, напротив, большинство излучающих частиц имеют питч-углы, близкие к  $90^\circ$ .

Что же касается функции распределения  $f_\gamma(\gamma, \mu, r)$ , то здесь прежде всего нужно отметить сохранение наклона степенного спектра излучающих частиц  $r$  при распространении вдоль джета, что, как уже отмечалось, находится в согласии с наблюдениями [41]. В свою очередь, это дает воз-

можность характеризовать высокоэнергетическую часть спектра лишь одной функцией  $\Gamma_{\min}(\mu', r)$ , которая, однако, существенно зависит как от питч-угла  $\chi$ , так и от расстояния до оси джета. При этом в области углов  $\chi' \sim 90^\circ$  ( $\mu' \sim 0$ ) с хорошей точностью выполняется соотношение  $\Gamma_{\min} \propto h^{-1/2}$  (оно, напомним, легко получается из предположения, что вся энергия излучающей частицы заключена в ее поперечном движении [32]).

В заключение еще раз напомним, что в этой статье мы намеренно не включили в рассмотрение возможные процессы угловой изотропизации, поскольку основной нашей задачей было не определить саму угловую функцию распределения излучающих частиц, а лишь показать, что в релятивистском ветре существует постоянно действующий механизм анизотропизации, причем направленный не в сторону малых углов, как в случае чистого магнитного поля, а напротив, в сторону углов, близких к  $90^\circ$ . В чем и состоит основной результат этой работы.

Тем не менее полезно хотя бы кратко обсудить применимость рассматриваемой нами модели движения отдельных частиц, в которой процессы изотропизации не играют определяющей роли. Понятно, что такая простая модель не будет справедлива для основного компонента плазмы, который традиционно описывают в рамках одножидкостной магнитной гидродинамики [45, 46]. Что же касается интересующего нас высокоэнергичного хвоста, для которого двухчастичные столкновения очень редки и не влияют на функцию распределения частиц, то для них процессы изотропизации будут определяться уровнем турбулентности

плазмы, связанной, например, с возбуждением альфеновских волн. Такая турбулентность, как известно [12], эффективно возникает, например, в тех случаях, когда скорости частиц превышают альфеновскую скорость  $V_A = B / \sqrt{4\pi\rho}$ . Ясно, однако, что альфеновская турбулентность будет подавлена, когда приведенное выше нерелятивистское выражение для  $V_A$  будет превышать скорость света  $c$ . Переписывая теперь условие слабой турбулентности  $V_A > c$  в виде

$$\frac{r}{R_L} < 100 \left( \frac{\lambda_\gamma}{10^{10}} \right)^{-1/2} \left( \frac{\Omega}{10^{-6} \text{c}^{-1}} \right)^{-1/2} \left( \frac{B_L}{10^2 \text{Гс}} \right)^{1/2}, \quad (45)$$

мы приходим к заключению, что по крайней мере у основания джета процессы изотропизации, связанные с альфеновской турбулентностью, будут сильно подавлены.

Отдельно стоит затронуть вопрос, связанный с вейбелевской неустойчивостью, которая возникает в слабостолкновительной плазме с анизотропным распределением частиц по углам, и также может вносить существенный вклад в изотропизацию функции распределения частиц. В настоящее время до сих пор нет ясной картины [47] в зависимости порога, а также насыщения и затухания вейбелевской неустойчивости от формы функции распределения даже при отсутствии магнитного поля. Тем не менее известно, что для замагниченной слабостолкновительной плазмы, при определенном значении внешнего магнитного поля, вейбелевская неустойчивость и вовсе не возникает [48]. Для оценки воспользуемся максимальным значением инкремента в случае достаточно сильной анизотропии функции распределения излучающих частиц, который имеет порядок их релятивистской плазменной частоты  $\omega_p$ , а также релятивистской циклотронной частотой  $\omega_c$ . Тогда условие, при котором образование вейбелевской неустойчивости будет «подавлено» внешним магнитным полем, можно записать в следующем виде:

$$\omega_c \gtrsim \omega_p. \quad (46)$$

Отсюда, по крайней мере вблизи оси джета, получим такие расстояния:

$$\begin{aligned} \frac{r}{R_L} &\lesssim 100 \left( \frac{\gamma}{10^2} \right)^{-1/2} \left( \frac{\lambda_\gamma}{10^{10}} \right)^{-1/2} \times \\ &\times \left( \frac{\Omega}{10^{-6} \text{c}^{-1}} \right)^{-1/2} \left( \frac{B_L}{10^2 \text{Гс}} \right)^{1/2}, \end{aligned} \quad (47)$$

для которых изотропизации, за счет вейбелевской неустойчивости, не происходит, и поэтому имеет смысл исследовать эволюцию углового распределения вдоль расширяющегося релятивистского джета на тех масштабах, которые и были рассмотрены в настоящей работе.

Таким образом, можно ожидать, что по крайней мере до расстояний порядка  $100 R_L$  используемая нами модель свободного движения частиц в регулярном магнитном поле действительно будет применима. Что же касается больших расстояний, то, как видно из уравнения (28), роль изотропизации будет зависеть от величины диффузационного члена  $D_{\mu\mu}$ , точнее, от отношения  $\xi = c / (D_{\mu\mu} r)$ . Выше мы фактически рассматривали случай слабой изотропизации  $\xi \gg 1$  (сильной фокусировки в чистом магнитном поле по терминологии работы [49]). Что же касается противоположного случая,  $\xi \ll 1$ , то подробное обсуждение этого вопроса, требующего знания величины  $D_{\mu\mu}$ , выходит за рамки настоящей работы.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 24-22-00120).

## БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарят М. А. Гарасёва, В. В. Коcharовского, А. П. Лобанова и Д. О. Чернышова за полезное обсуждение.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. Komissarov and O. Porth, New Astron. Rev. **92**, id. 101610 (2021).
2. S.W. Davis and A. Tchekhovskoy, Ann. Rev. Astron. Astrophys. **58**, 407 (2020).
3. V.I. Pariev, Ya. N. Istomin, and A.R. Beresnyak, Astron. and Astrophys. **403**, 805 (2003).
4. M. Lyutikov, V.I. Pariev, and R.D. Blandford, **597**(2), 998 (2003).
5. M. Lyutikov, V.I. Pariev, and D.C. Gabuzda, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **360**(3), 869 (2005).
6. K.V. Sokolovsky, Y.Y. Kovalev, A.V. Pushkarev, and A.P. Lobanov, Astron. and Astrophys. **532**, id. A38 (2011).
7. P.M. Giovanini and D. Kazanas, Nature **345**(6273), 319 (1990).
8. A.R. Beresnyak, Ya. N. Istomin, and V.I. Pariev, Astron. and Astrophys. **403**, 793 (2003).
9. H. Zhang, L. Sironi, D. Giannios, and M. Petropoulou, Astrophys. J. **956**, L36 (2023).
10. А.Г. Пахольчик, Радиоастрофизика (М.: Мир, 1973).
11. М.С. Бутузова, Астрон. журн. **98**(8), 619 (2021).
12. G.M. Felice and R.M. Kulsrud, **553**(1), 198 (2001).
13. E. Sobacchi and Y.E. Lyubarsky, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **484**(1), 1192 (2019).

14. N.M. Lloyd and V. Petrosian, **543**(2), 722 (2000).
15. J.C. McKinney, A. Tchekhovskoy, and R.D. Blandford, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **423**(4), 3083 (2012).
16. K. Chatterjee, M. Liska, A. Tchekhovskoy, and S.B. Markoff, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **490**(2), 2200 (2019).
17. E. Marsch, Liv. Rev. Solar Physics **3**(1), id. 1 (2006).
18. B. D.G. Chandran, T.J. Dennis, E. Quataert, and S.D. Bale, **743**(2), id. 197 (2011).
19. M.L. Adrian, A.F. Viñas, P.S. Moya, and D.E. Wendel, **833**(1), id. 49 (2016).
20. E. Clausen-Brown, M. Lyutikov, and P. Kharb, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **415**(3), 2081 (2011).
21. E.E. Nokhrina, V.S. Beskin, Y.Y. Kovalev, and A.A. Zheltoukhov, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **447**(3), 2726 (2015).
22. V.A. Frolova, E.E. Nokhrina, and I.N. Pashchenko, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **523**(1), 887 (2023).
23. B.C. Бескин, Успехи физ. наук **180**(12), 1241 (2010).
24. M. Zamaninasab, E. Clausen-Brown, T. Savolainen, and A. Tchekhovskoy, Nature **510**(7503), 126 (2014).
25. E.E. Nokhrina, Y.Y. Kovalev, and A.B. Pushkarev, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **498**(2), 2532 (2020).
26. F. Mertens, A.P. Lobanov, R.C. Walker, and P.E. Hardee, Astron. and Astrophys. **595**, id. A54 (2016).
27. R.D. Blandford and R.L. Znajek, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **179**, 433 (1977).
28. D. Macdonald and K.S. Thorne, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **198**, 345 (1982).
29. S. P. O'Sullivan and D.C. Gabuzda, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **400**(1), 26 (2009).
30. F.C. Michel, **158**, 727 (1969).
31. A.P. Lobanov, Astron. and Astrophys. **330**, 79 (1998).
32. B.C. Бескин, Т.И. Халилов, В.И. Парьев, Письма в Астрон. журн. **49**(3), 197 (2023).
33. B.C. Бескин Осесимметричные стационарные течения в астрофизике (М.: Физматлит, 2006).
34. A. Tchekhovskoy, J.C. McKinney, and R. Narayan, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **388**(2), 551 (2008).
35. M. Takahashi, S. Nitta, Ya. Tatematsu, and A. Tomimatsu, **363**, 206 (1990).
36. T. Ogihara, K. Takahashi, and K. Toma, **877**(1), id. 19 (2019).
37. B.C. Бескин, Я.Н. Истомин, В.И. Парьев, Астрон. журн. **69**(6), 1258 (1992).
38. B. Crinquant, B. Cerutti, A. Philippov, K. Parfrey, and G. Dubus, Phys. Rev. Letters **124**(14), id. 145101 (2020).
39. S.V. Bogovalov, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **443**(3), 2197 (2014).
40. E.C. Roelof, in *Lectures in High-Energy Astrophysics*, NASA SP-199, edited by H. Ogelman and J.R. Wayland (Scientific and Technical Inform. Division, Office of Technology Utilization, NASA, Washington, DC, 1969), p. 111.
41. T. Hovatta, M.F. Aller, H.D. Aller, E. Clausen-Brown, et al., Astron. J. **147**(6), id. 143 (2014).
42. V.S. Beskin, T.I. Khalilov, E.E. Nokhrina, I.N. Pashchenko and E.V. Kravchenko, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **528**(4), 6046 (2024).
43. F.C. Michel, **180**, L133 (1973).
44. A.V. Chernoglazov, V.S. Beskin, and V.I. Pariev, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **488**(1), 224 (2019).
45. J. Heyvaerts and C. Norman, **347**, 1055 (1989).
46. G. Pelletier and R.E. Pudritz, **394**, 117 (1992).
47. B.B. Коcharовский, В.В. Коcharовский, В.Ю. Мартынов, С.В. Тарасов, Успехи физ. наук **186**(12), 1267 (2016).
48. V.V. Kocharovsky, A.A. Nechaev, and M.A. Garasev, Rev. Modern Plasma Physics **8**(1), id. 17 (2024).
49. H.-Q. He and R. Schlickeiser, **792**(2), id. 85 (2014).

## ON THE ANGULAR ANISOTROPY OF THE DISTRIBUTION FUNCTION OF RADIATING PARTICLES IN RELATIVISTIC JETS

© 2025 T. I. Khalilov<sup>a,b</sup>, V. S. Beskin<sup>b,a,\*</sup>, V. I. Pariev<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Theoretical Department of P. N. Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia  
<sup>b</sup>Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Dolgoprudny, Moscow region, Russia

\*e-mail: beskin@lpi.ru

The observed power-law spectra of relativistic jets from active galactic nuclei clearly indicate the synchrotron mechanism of radiation by particles that also have a power-law energy spectrum. However, the issue of their angular anisotropy has not received sufficient attention until recently, although the example of the solar wind (where a strongly magnetized wind is also realized) shows the importance of taking this circumstance into account. In this paper, the evolution of the initially isotropic power-law spectrum of radiating particles as they propagate along expanding relativistic jets is investigated. It is shown that for relativistic flows in which the electric field plays a decisive role, the conservation of the first adiabatic invariant does not lead to a decrease in the pitch angles of the radiating particles as they enter the region of weak magnetic fields. This is due to the drift nature of the particle motion.

**Keywords:** active galaxies, jets, synchrotron emission